

**UNIVERSITÉ DE TECHNOLOGIE** DE BELFORT-MONTBÉLIARD

# Fendeuse de bûches

**TN51 – Automne 2012**

**Christophe ANDRES  
Franck BILLMANN  
Matthieu ROLLET  
Guillaume SCHMITT**

# Table des matières

Présentation du projet .....	8
I. Cahier des Charges Fonctionnel .....	8
a. Situation de vie utilisation : .....	8
b. Situation de vie stockage : .....	9
c. Résumé du cahier des charges .....	10
II. Idées de concept et d'amélioration .....	11
a. Fendeuse utilisable en position horizontale et verticale .....	11
b. Avance avec vitesse variable .....	12
c. Concept retenu .....	12
Calcul de la force de frottement de la butée mobile sur la poutre .....	13
Dimensionnement et choix du système vis-écrou .....	13
I. Dimensionnement d'une vis à billes .....	15
II. Dimensionnement d'un système vis-écrou .....	19
III. Dimensionnement de la vis en torsion .....	27
IV. Calcul de la pression de matage .....	35
Dimensionnement du moteur .....	37
I. Calcul du rapport de réduction de la vis .....	37
II. Rapport de réduction du réducteur .....	38
III. Angle du filetage .....	40
IV. Couple d'entraînement de la vis .....	41
V. Couple devant être fourni par le moteur .....	43
VI. Choix du limiteur de couple .....	45
VII. Choix du moteur .....	47
Différentes solutions de réducteur .....	49
I. Réduction primaire .....	49
a. Trois pignons étagés .....	50
b. Utilisation d'un pignon double .....	50
II. Réduction secondaire (changement de vitesse) .....	52
III. Calcul des modules .....	55
a. Réducteur primaire .....	56

b.	Réducteur secondaire .....	57
IV.	Calculs des paliers lisses .....	58
a.	Réducteur primaire .....	59
i.	Arbre du pignon 1.....	60
ii.	Arbre du pignon 4.....	60
iii.	Arbre des pignons 2 et 2'.....	62
iv.	Bilan .....	65
v.	CAO .....	66
b.	Réducteur secondaire .....	67
	Changement de vitesse .....	68
V.	Phase de fendage .....	68
a.	Vitesse rapide .....	68
b.	Vitesse lente .....	69
VI.	Phase de retour de la butée .....	70
VII.	Schémas cinématiques .....	72
a.	Vitesse rapide et retour.....	72
b.	Vitesse lente .....	72
VIII.	Choix des composants .....	73
a.	Arbre de transmission (48) .....	73
b.	Roue libre (45) .....	73
c.	Roue libre (41) .....	73
d.	Butée a rouleaux .....	73
	Choix des renforts du coin (optimisation) .....	75
I.	Exemples de renforts.....	75
II.	Représentation des efforts exercés sur le coin .....	76
III.	Simulation numérique (optimisation) .....	77
	Cas 1 : 3 ailettes horizontales.....	77
	Cas 2 : 2 ailettes horizontales (milieu et haut) .....	81
	Cas 3 : 2 ailettes horizontales (milieu et bas).....	84
	Cas 4 : 2 ailettes horizontales (bas et haut) .....	86
	Cas 5 : 2 ailettes horizontales réparties .....	89
	Cas 6 : Une ailette transversale (sur toute la hauteur) .....	91

IV. Choix d'une configuration de renfort.....	93
Modèle numérique.....	94
I. Optimisation du réducteur primaire .....	94
II. Liaison moteur-réducteur .....	97
III. Protection des éléments en mouvement.....	99
IV. Maquette numérique de la fendeuse .....	100
V. Nomenclature.....	103
Conclusion .....	107

# Table des illustrations

Figure 1 : fendeuse en position horizontale.....	11
Figure 2 : fendeuse en position verticale .....	12
Figure 3 : cône sur coin .....	15
Figure 4: Données vis à billes SKF universelle .....	16
Figure 5: Dimensions vis à billes universelle - écrou SKF .....	17
Figure 6: Différents croquis de montage.....	18
Figure 7: Poutre pleine de section circulaire.....	20
Figure 8: Profil métrique ISO .....	23
Figure 9: Dimensions normalisées - profil métrique ISO.....	23
Figure 10: Force F exercée sur un filet de vis .....	24
Figure 11: Profil trapézoïdal .....	26
Figure 12: Dimensions normalisées - profil trapézoïdal.....	26
Figure 13: Répartition des contraintes (torsion) .....	28
Figure 14: Déformation angulaire d'une poutre en torsion.....	28
Figure 15: Modélisation simplifiée du filetage.....	30
Figure 16: Simplifications géométriques du profil .....	30
Figure 17: Abaque - détermination de $K_t$ .....	32
Figure 18: Abaque - Détermination de $K_t^\alpha$ (correction selon l'angle).....	33
Figure 19 : surface de contact pour un tour en filetage ISO .....	35
Figure 20 : déroulage du filet .....	37
Figure 21 : angle filetage .....	40
Figure 22 : Forces agissant sur le filet .....	41
Figure 23 : Profile dent trapézoïdale.....	42
Figure 24 : représentation 3D force de frottement .....	42
Figure 25 : Schéma pour le calcul des frottements en vitesse rapide.....	45
Figure 26 : limiteur de couple à billes .....	46
Figure 27: moteur Lenze choisi .....	48
Figure 28 : réducteur à trois pignons étagés.....	50
Figure 29 : réducteur a pignon double.....	50
Figure 30 : réducteur a pignon double avec pignon supplémentaire .....	51
Figure 31 : différents cas de montage de train épicycloïdal .....	53
Figure 32 : nouvelle version du réducteur à train épicycloïdal .....	53
Figure 33 : représentation schématique d'une dent.....	55
Figure 34 : Rappel de la géométrie du réducteur primaire.....	56
Figure 35 : rappel de la géométrie du réducteur secondaire.....	57
Figure 36 : figure pour le calcul de la force radiale.....	58
Figure 37 : Rappel de la géométrie du réducteur primaire.....	59
Figure 38 : arbre et pignon 1 du réducteur .....	60

Figure 39 : schéma des forces sur le pignon 4 .....	61
Figure 40 : forces agissant sur l'arbre 2.....	62
Figure 41 : vue globale du réducteur primaire.....	66
Figure 42 : arbre et pignon 1 .....	66
Figure 43 : arbre et pignon 4 .....	66
Figure 44 : arbre et pignon 3 .....	66
Figure 45 : arbre, pignons 2 et 2' .....	66
Figure 46 : pignon double de train épicycloïdal .....	67
Figure 47: Transmission du mouvement - Vitesse rapide .....	69
Figure 48: Transmission du mouvement - Vitesse lente .....	70
Figure 49: Transmission du mouvement - Retour .....	71
Figure 50: schéma cinématique vitesse rapide et retour.....	72
Figure 51: schéma cinématique vitesse lente .....	72
Figure 52: Renforts du coin (exemple 1) .....	75
Figure 53: Renforts du coin (exemple 2) .....	76
Figure 54: 1ère représentation CAO du coin.....	76
Figure 55: Représentation des efforts exercés sur le coin .....	77
Figure 56: Définition de l'encastrement et de l'effort axial .....	78
Figure 57: 3 ailettes - F axial - Déplacement et déformation élastique .....	78
Figure 58: 3 ailettes - F axial - Contrainte équivalente.....	79
Figure 59: Définition de l'encastrement et des efforts latéraux .....	79
Figure 60: 3 ailettes - F latéral - déplacement et déformation .....	80
Figure 61: 3 ailettes - F latéral – Contrainte.....	80
Figure 62: 2 ailettes haut - F axial - Déplacement et déformation .....	81
Figure 63: 2 ailettes haut - F axial – Contrainte .....	81
Figure 64: 2 ailettes haut - F latéral - Déplacement.....	82
Figure 65: 2 ailettes haut - F latéral - Déformation.....	82
Figure 66: 2 ailettes haut - F latéral – Contrainte .....	83
Figure 67: 2 ailettes bas - F axial - Déplacement et déformation .....	84
Figure 68: 2 ailettes bas - F axial – Contrainte .....	84
Figure 69: 2 ailettes bas - F latéral - Déplacement et déformation .....	85
Figure 70: 2 ailettes bas - F latéral – Contrainte .....	85
Figure 71: 2 ailettes (milieu supprimée) - F axial - Déplacement et déformation .....	86
Figure 72: 2 ailettes (milieu supprimée) - F axial – Contrainte .....	86
Figure 73: 2 ailettes (milieu supprimée) - F axial - Déplacement total .....	87
Figure 74: 2 ailettes (milieu supprimée) - F axial - Déformation.....	87
Figure 75: 2 ailettes (milieu supprimée) - F axial – Contrainte .....	88
Figure 76: 2 ailettes réparties - F axial - Déplacement et déformation .....	89
Figure 77: 2 ailettes réparties - F axial – contrainte.....	89
Figure 78: 2 ailettes réparties - F latéral - Déplacement et déformation .....	90
Figure 79: 2 ailettes réparties - F latéral – Contrainte .....	90
Figure 80: Ailette transversale - F axial - Déplacement et déformation .....	91

Figure 81: Ailette transversale - F axial - Contrainte .....	91
Figure 82: Ailette transversale - F latéral - Déplacement et déformation .....	92
Figure 83: Ailette transversale - F latéral – Contrainte .....	92
Figure 84: Estimation de la masse à l'aide de la CAO .....	93
Figure 85: Modèle CAO - coin - ailette de renfort transversale .....	94
Figure 86 : version finale du réducteur primaire .....	95
Figure 87 : calcul de modules des pignons du réducteur primaire .....	95
Figure 88 : dimensionnement des paliers du pignon moteur .....	96
Figure 89 : vue en coupe de l'arbre moteur .....	96
Figure 90 : positionnement du pignon de la couronne .....	97
Figure 91 : Dimensionnement normalisé d'une clavette .....	98
Figure 92: carters des systèmes de transformation et de transmission de mouvement .....	99
Figure 93 : carters des systèmes de transformation et de transmission de mouvement.....	99
Figure 94: Mise en plan de la fendeuse (1/2).....	100
Figure 95: Mise en plan de la fendeuse (2/2).....	100
Figure 96: Rendu de la fendeuse (1/2) .....	101
Figure 97: Rendu de la fendeuse (2/2) .....	101
Figure 98 : rendu fendeuse avec un capot de protection du changement de vitesse enlevé .....	102
Figure 99: Mise en situation de la fendeuse .....	102

# Présentation du projet

La base de notre projet repose sur le résultat d'une étude faite dans l'UV FQ52. Cette base a défini les grandes lignes de notre projet. Le groupe d'étudiant ayant travaillé sur ce projet a défini que le produit à concevoir est une fendeuse de bûche composé d'un système vis-écrou permettant de faire bouger la partie mobile. Une analyse de la valeur ainsi que certaines dimensions ont également été fournies dans ce rapport. Tous ces « axes » nous ont permis de poser les bases de notre projet, bases que nous avons fait évoluer afin d'arriver à notre produit final.

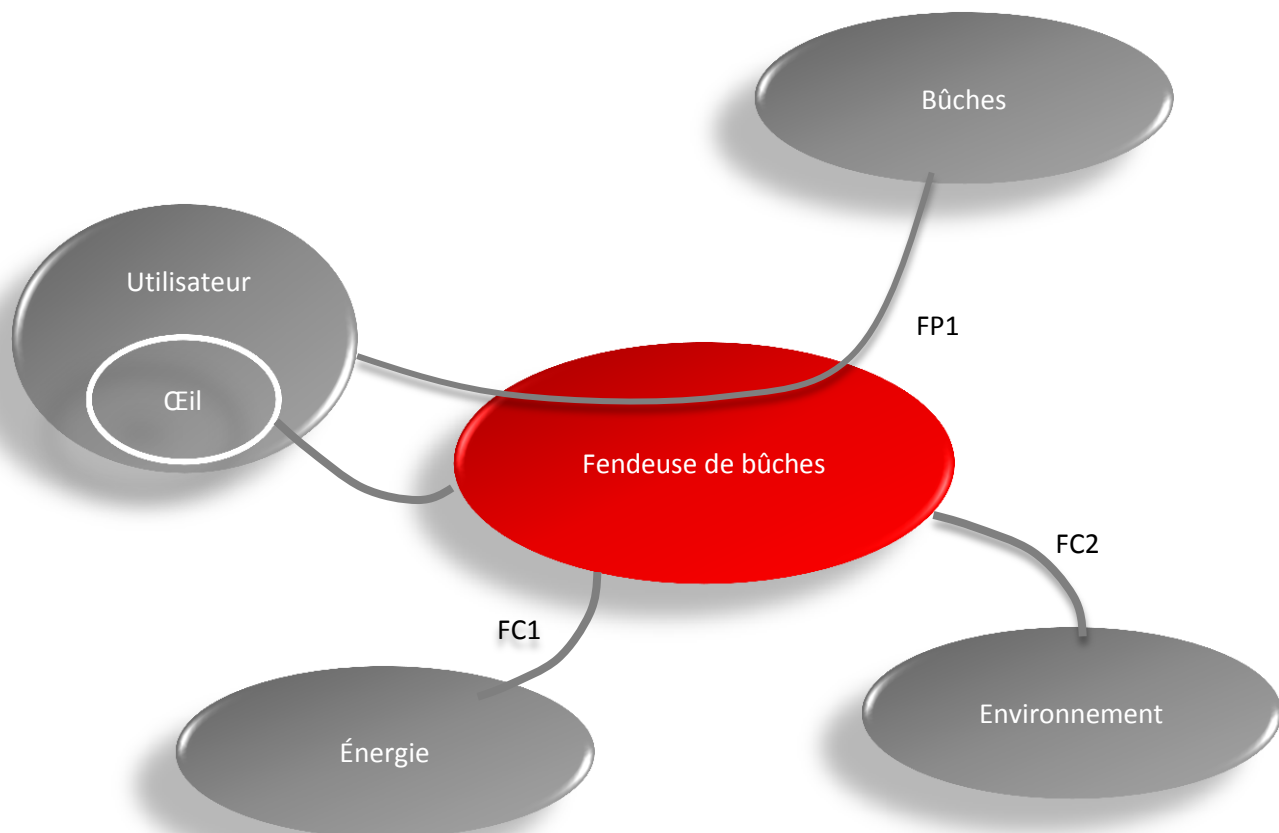
Nous avons ensuite dans le cadre de ce projet étudié, amélioré, dimensionné et modélisé une fendeuse de bûches répondant à nos critères.

Dans la suite de ce rapport sont décrites les différentes étapes nous ayant permis de développer et modéliser notre solution, visible à la fin du rapport.

## I. Cahier des Charges Fonctionnel

Grâce au rapport de l'UV FQ52 et également à des recherches que nous avons effectuées, nous avons défini les critères prédominant de notre projet.

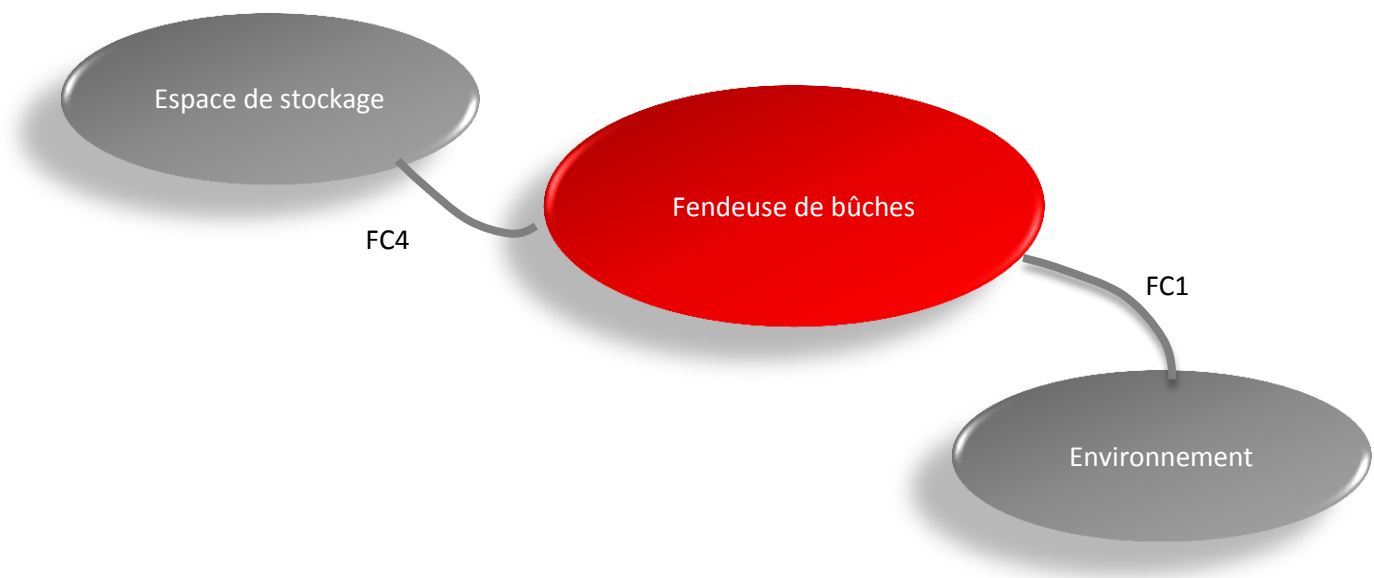
### a. Situation de vie utilisation :





- **Fonction principale :**  
FP1 : Permettre à l'utilisateur de fendre les bûches
- **Fonctions contraintes :**  
FC1 : S'adapter et résister à l'environnement  
FC2 : Être alimenté en énergie  
FC3 : Plaire à l'utilisateur

**b. Situation de vie stockage :**



- **Fonctions contraintes :**  
FC1 : S'adapter et résister à l'environnement  
FC4 : Être facile à ranger dans un espace de stockage

## c. Résumé du cahier des charges

Fonction	Critère	Niveau	Flex
FP1 : Permettre à l'utilisateur de fendre les bûches	Effort de poussée min	4 T	F0
	Temps max pour fendre une bûche	30 s	F0
	Longueur max de la bûche	52 cm	F2
	Diamètre max de la bûche	25.4 cm	F2
	Diamètre min de la bûche	10 cm	F2
	Poids max de la bûche	45 Kg	F2
	Hauteur max de chargement de la bûche	40 cm	F1
	Vitesse d'approche rapide de la butée	20 mm/s	F1
	Vitesse d'approche lente de la butée	9 mm/s	F1
FC1 : S'adapter et résister à l'environnement	Bruit max émis	70 db	F0
	Protection contre les corps solides et liquides	IP44	F2
	Protection contre les chocs	IK09	F2
FC2 : Être alimenté en énergie électrique	Puissance	1500 W	F3
	Voltage	230 V	F0
	Fréquence	50 Hz	F0
FC4 : Être facile à ranger dans un espace de stockage	Longueur max de la fendeuse	1000 mm	F3
	Largeur max de la fendeuse	500 mm	F3
	Hauteur max de la fendeuse	400 mm	F3
	Poids de la fendeuse	50 Kg	F2
	Taille des roues de transport	200x30mm	F3

## II. Idées de concept et d'amélioration

### a. Fendeuse utilisable en position horizontale et verticale

Dans l'objectif de pouvoir fendre des bûches lourdes ou de diamètre important, la possibilité d'utiliser la fendeuse électrique alternativement à l'horizontale et à la verticale peut être intéressant. C'est donc dans ce cas le coin qui est mobile contrairement aux produits concurrents et la butée qui est fixe.

- **Utilisation en position horizontale :**

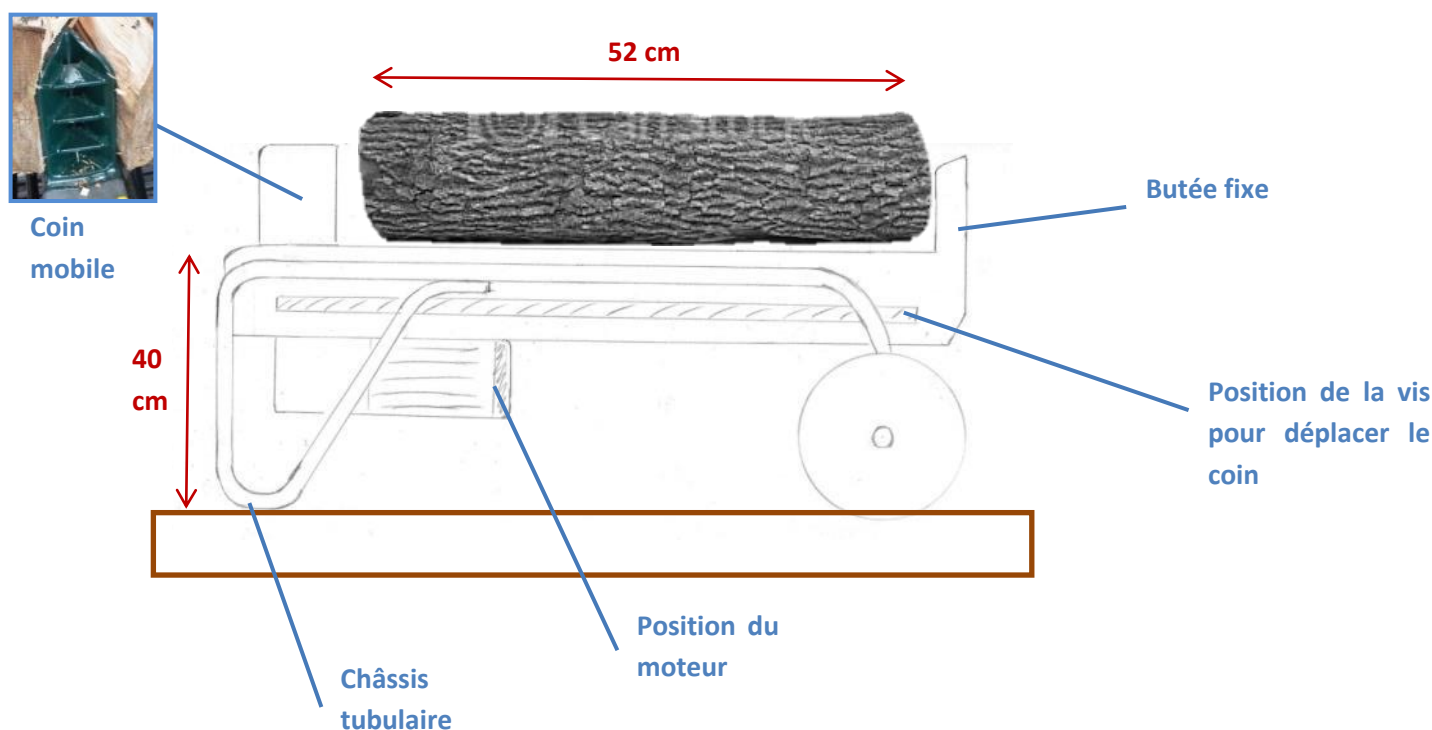


Figure 1 : fendeuse en position horizontale

Pour équilibrer la fendeuse au travail, il est préférable de placer le moteur électrique à l'avant de la machine, pour compenser le poids de la bûche. La position basse du moteur permet d'augmenter la stabilité dans cette configuration de travail. La vis est positionnée sous la fendeuse pour être protégée des chocs et des projections.

- **Utilisation en position verticale :**

Le coin mobile permet à l'appareil d'être également utilisé en position verticale. La butée fixe doit néanmoins être correctement dimensionnée pour garantir la stabilité de la fendeuse et de la bûche. Surtout que dans cette configuration, le moteur est situé en haut de la machine. L'outil est également plus lourd à déplacer dans cette configuration.

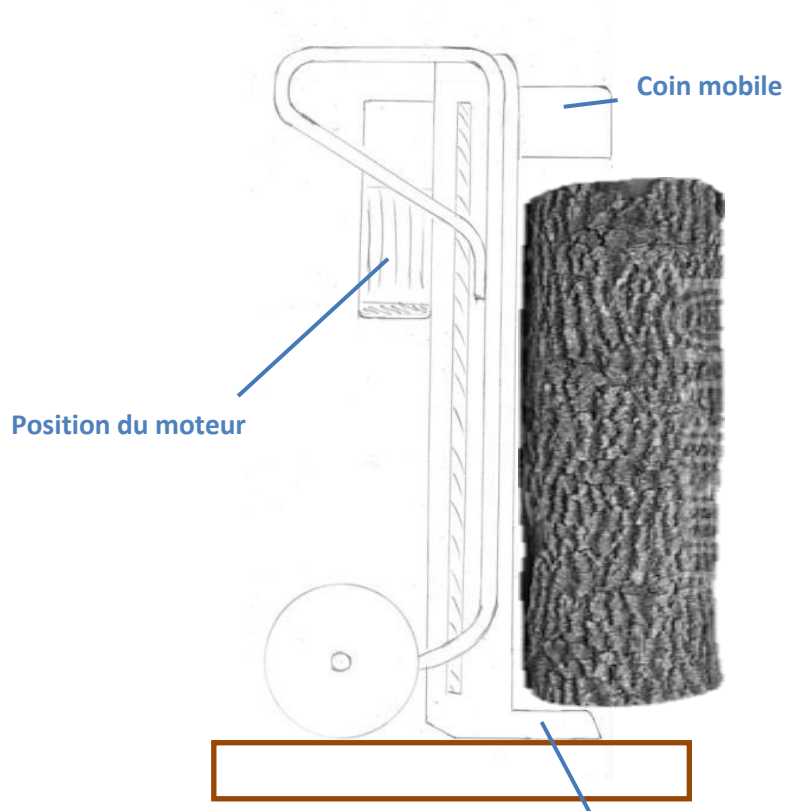


Figure 2 : fendeuse en position verticale

### b. Avance avec vitesse variable

En étudiant le projet d'un peu plus prêt nous nous sommes dit qu'il serait intéressant et avantageux d'avoir deux vitesses sur notre machine afin de gagner du temps. Une avance rapide pour approcher l'élément mobile de la buche rapidement et une seconde vitesse plus faible lors du fendage afin de développer un couple plus important.

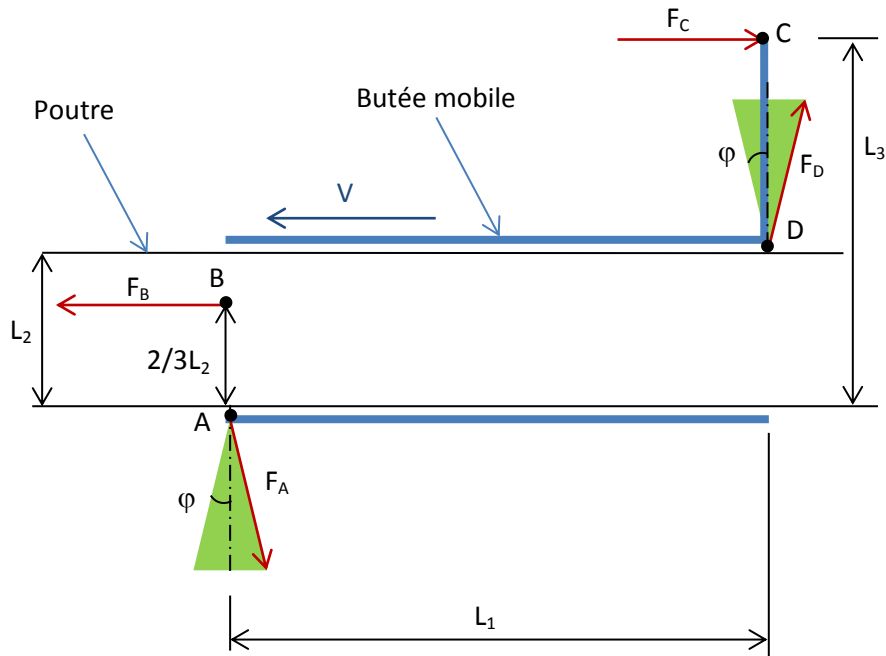
### c. Concept retenu

Après plusieurs discussion et avoir pesé le pour et le contre de différentes solutions et amélioration nous avons retenu comme critères principaux pour notre fendeuse :

- Utilisation à l'horizontale uniquement
- Système à vis pour l'entraînement imposé par le cahier des charges
- Coin fixe et butée mobile
- Moteur électrique imposé par le cahier des charges
- Réducteur pour adapter la vitesse du moteur
- Train épicycloïdal associé à un limiteur de couple pour obtenir deux vitesses, une vitesse d'approche et une vitesse de fendage

# Dimensionnement et choix du système vis-écrou

## I. Calcul de la force de frottement de la butée mobile sur la poutre



$$\sum F = 0 \quad \text{donc} \quad F_C + T_D + T_A - F_B = 0 \quad (1)$$

$$\text{et} \quad N_A - N_D = 0 \quad (2)$$

$$\sum M_{/A} = 0 \quad \text{donc} \quad F_B \times \frac{2 \times L_2}{3} - F_C \times L_3 - T_D \times L_2 + N_D \times L_1 = 0 \quad (3)$$

$$\tan \varphi = \frac{T_D}{N_D} \quad (4) \quad \text{et} \quad \tan \varphi = \frac{T_A}{N_A} \quad (5)$$

$$(4) \rightarrow (3) \quad F_B \times \frac{2 \times L_2}{3} - F_C \times L_3 - T_D \times L_2 + \frac{T_D}{\tan \varphi} \times L_1 = 0 \quad (6)$$

$$(4) \rightarrow (5) \quad \frac{T_D}{N_D} = \frac{T_A}{N_A} \rightarrow (2) \quad T_D = T_A \rightarrow (1) \quad F_C + 2 \times T_D - F_B = 0 \leftrightarrow T_D = \frac{F_B - F_C}{2} \quad (7)$$

$$(7) \rightarrow (6) F_B \times \frac{2 \times L_2}{3} - F_C \times L_3 - \frac{F_B - F_C}{2} \times L_2 + \frac{F_B - F_C}{2 \times \tan \varphi} \times L_1 = 0$$

$$\leftrightarrow F_B \times \left( \frac{2 \times L_2}{3} - \frac{L_2}{2} + \frac{L_1}{2 \times \tan \varphi} \right) - F_C \times \left( L_3 - \frac{L_2}{2} + \frac{L_1}{2 \times \tan \varphi} \right) = 0$$

$$\leftrightarrow F_B = \frac{F_C \times \left( L_3 - \frac{L_2}{2} + \frac{L_1}{2 \times \tan \varphi} \right)}{\left( \frac{L_2}{6} + \frac{L_1}{2 \times \tan \varphi} \right)}$$

Application numérique à nos conditions :

- $F_C = 39240 \text{ N}$
- $\tan \varphi = 0.2$  (patin en polyéthylène entre la butée mobile et la poutre qui sont en acier)
- $L_1 = 300 \text{ mm}$
- $L_2 = 120 \text{ mm}$
- $L_3 = 95 \text{ mm}$

Dans un premier temps nous avons effectué le calcul pour B placé à  $L_2/2$  de A et nous avons obtenu le résultat suivant :

$$F_B = 47350 \text{ N}$$

Ceci implique une force de frottement de 8110 N, ce qui pénalise fortement le rendement de notre système et qui demande donc un moteur plus puissant pour obtenir notre force de fendage de 4 tonnes. Nous avons donc décidé de faire varier certains de nos paramètres pour minimiser cette force de frottement. Nous avons placé B à  $2L_2/3$  de A et choisi un matériau de patin ayant un coefficient de frottement plus faible que le polyéthylène. Nous avons choisi d'utiliser des patins en téflons pour ses caractéristiques intéressantes et pour son coefficient de frottement de 0,1. Bien que ce matériau soit plus cher que le polyéthylène, ceci ne rendra pas forcément le prix de la fendeuse plus cher, car nous pourrions utiliser un moteur moins puissant et des organes de transmission moins massifs. De plus, cette configuration sera plus intéressante pour l'utilisateur, car l'outil consommera moins d'énergie. Avec ces nouveaux paramètres, nous obtenons le résultat suivant :

$$F_B = 42725 \text{ N}$$

Ceci implique une force de frottement de 3485 N.

Pour effectuer ces calculs, nous nous sommes placé dans un cas extrême, c'est-à-dire lorsque la buche est soumise à une force de fendage de 4 tonnes et qu'elle s'appuie uniquement en bout de butée. Or nous avons prévu d'équiper la butée de notre fendeuse d'un petit cône central comme la majorité des fendeuses du marché (voir Figure 3), ceci permet de rapprocher le point C du point D et donc de limiter les frottements.



Figure 3 : cône sur coin

## II. Dimensionnement d'une vis à billes

Dans un premier temps, nous avons pensé utiliser une vis à billes pour la transmission du mouvement, en raison notamment du très bon rendement de ce type de vis (90 à 98% en général).

Ci-dessous sont présentées les étapes principales de la démarche adoptée pour dimensionner le système vis-écrou :

- **Charge dynamique  $C_a$**

La charge dynamique de base ( $C_a$ ) est généralement utilisée pour le calcul de la durée de vie des vis. Elle correspond à la charge axiale (constante) pour laquelle la durée nominale ISO de l'ensemble (vis-écrou) considéré atteint  $10^6$  révolutions, sous certaines conditions d'application: charge axiale pure et centrée, constante en intensité et direction.

Dans notre cas, la fendeuse a une capacité de 4 tonnes.

En prenant  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$  et un coefficient de sécurité  $s = 2$ , on obtient une force purement axiale correspondant à  $C_a$  :

$$C_a = 4000 \cdot 9.81 \cdot 2 = \mathbf{78\,480\,N = 78.48\,kN}$$

- **Choix d'un ensemble vis-écrou**

Après avoir trouvé un fournisseur de vis à billes (SKF), nous avons recherché dans son catalogue une série de vis à billes universelle (standard).

En se basant sur la charge dynamique de base ( $C_a$ ) précédemment calculée, nous avons opté pour la vis **SX/BX 50\*10R** (voir Figure 4 ci-après), dont  $C_a$  vaut 81.9 kN.

## D Information produits

## SX/BX vis universelles

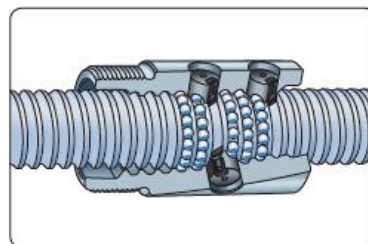
Vis à filet roulé, recyclage interne des billes par pions.

**Version standard:** pions composite**En option:** pions en acier pour sécurité renforcée ou applications verticales (nous consulter)

- Diamètre nominal: 20 à 63 mm
- Pas: 5 à 40 mm
- Écrou cylindrique à nez fileté facilitant le montage
- Trou de lubrification pour graisseur ou SYSTEME 24 SKF, indexé par rapport au filetage ISO
- Vis de transport: écrou avec jeu axial
- Élimination du jeu axial par augmentation du diamètre des billes sur demande (désignation BX)
- Vis phosphatée sur demande
- Racleurs disponibles
- Flasques de montage pour l'écrou
- Accessoires de vis: FLBU-PLBU & BUF disponibles (→ pages 42 à 47).



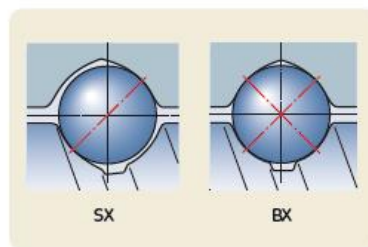
Ecrou standard



Recirculation



Ecrou spécial



SX

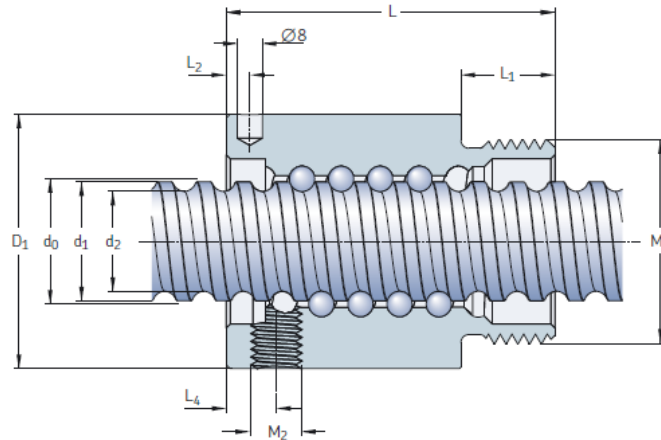
BX

Diamètre nominal	Pas (à droite)	Ecrou		Nombre de circuits de billes	Jeu max.	Jeu réduit sur demande	Couple à vide moyen $T_{pr}$	Inertie	Graisse	Poids	Vis			Désignation
$d_0$	$P_h$	Charges de base dynam.	stat.								Masse	Inertie	Graisse	
mm	mm	kN	$C_{0a}$	–	mm		Nm	kgmm <sup>2</sup>	cm <sup>3</sup>	kg	kg/m	kgmm <sup>2</sup> /m	cm <sup>3</sup> /m	–
20	5	14,5	24,4	4	0,1	0,05	0,1	60	1,3	0,24	2	85	2,7	SX/BX 20×5 R
25	5	19,4	37,8	5	0,1	0,05	0,17	125	2,5	0,39	3,3	224	3,4	SX/BX 25×5 R
	10	25,8	43,7	4	0,12	0,08	0,23	135	4,6	0,4	3,2	255	3,2	SX/BX 25×10 R
32	5	22,1	50,5	5	0,1	0,05	0,25	230	2,6	0,48	5,6	641	4,4	SX/BX 32×5 R
	10	28,9	55,7	4	0,12	0,08	0,32	400	5,9	0,77	5,6	639	3,7	SX/BX 32×10 R
40	5	24,1	63,2	5	0,1	0,05	0,34	390	3,3	0,58	9	1 639	5,6	SX/BX 40×5 R
	10	63,6	127,1	5	0,12	0,08	0,64	840	12,4	1,25	8,4	1 437	5	SX/BX 40×10 R
	40	25,1	72,9	2	0,1	0,05	0,64	1 200	14,4	1,6	8,1	1 330	5,2	SX/BX 40×40 R
50	10	81,9	189,1	6	0,12	0,08	1,02	2 400	19,9	2,4	13,6	3 736	6,3	SX/BX 50×10 R
63	10	91,7	243,5	6	0,12	0,08	1,44	4 620	25,4	3,1	22	9 913	8,1	SX/BX 63×10 R

Figure 4: Données vis à billes SKF universelle

On peut immédiatement noter un premier inconvénient, à savoir la masse de l'ensemble vis-écrou. En effet, l'écrou choisi pèse 2.4kg et la vis pèse 13.6kg/mètre, ce qui est excessivement lourd pour un système dont la masse maximale ne devant excéder 50kg (voir Cahier des Charges).





Vis		Ecou							Clé de serrage	Vis		Boîtes de pailleurs		Type de palier libre
d0 × Ph	D1 js13	M1 6g	L	L1	L2	L4	M2			long. max.	d2	d1	Type de palier recommandé	
mm	mm						mm	–		mm			–	
20×5	38	M35×1,5	54	14	8	8	M6×1	HN5		4 700	16,7	19,4	PLBU 20/FLBU 20 <sup>1)</sup>	BUF 20
25×5	43	M40×1,5	69	19	8	8	M6×1	HN6		4 700	21,7	24,6	PLBU 25/FLBU 25	BUF 25
25×10	43	M40×1,5	84	19	12	12	M6×1	HN6		4 700	20,5	24,6	PLBU 25/FLBU 25	BUF 25
32×5	52	M48×1,5	64	19	8	8	M6×1	HN7		5 700	28,7	31,6	PLBU 32/FLBU 32	BUF 32
32×10	54	M48×1,5	95	19	15	15	M6×1	HN7		5 700	27,8	32	PLBU 32/FLBU 32/FLRBU 3 <sup>2)</sup>	BUF 32
40×5	60	M56×1,5	65	19	8	8	M6×1	HN9		5 700	36,7	39,6	PLBU 40/FLBU 40	BUF 40
40×10	65	M60×2	105	24	15	13	M8×1	HN9		5 700	34	39,4	PLBU 40/FLBU 40/FLRBU 4 <sup>2)</sup>	BUF 40
40×40	65	M60×2	121	24	20	48,6	M8×1	HN9		5 700	34,2	38,3	PLBU 40/FLBU 40	BUF 40
50×10	78	M72×2	135	29	15	15	M8×1	HN12		5 700	44	49,7	PLBU 50/FLBU 50/FLRBU 5 <sup>2)</sup>	BUF 50
63×10	93	M85×2	135	29	15	15	M8×1	HN14		5 700	57	62,8	PLBU 63/FLBU 63	BUF 63

Figure 5: Dimensions vis à billes universelle - écrou SKF

- Force de flambage**

Un système vis-écrou doit, entre autre, être dimensionné au flambage. La fiche technique du même constructeur dont nous avons choisi la vis nous donne la formule suivante pour calculer la force de flambage  $F_c$  (en N) en incluant un coefficient de sécurité de 3.

$$F_c = \frac{34 * 10^3 * f_3 * d_2^4}{l^2}$$

Avec :  $d_2$ =diamètre à fond de filets (mm)

$l$  = longueur libre ou distance entre les deux paliers (mm)

$f_3$  = facteur du type de montage (voir Figure 6 ci-après)

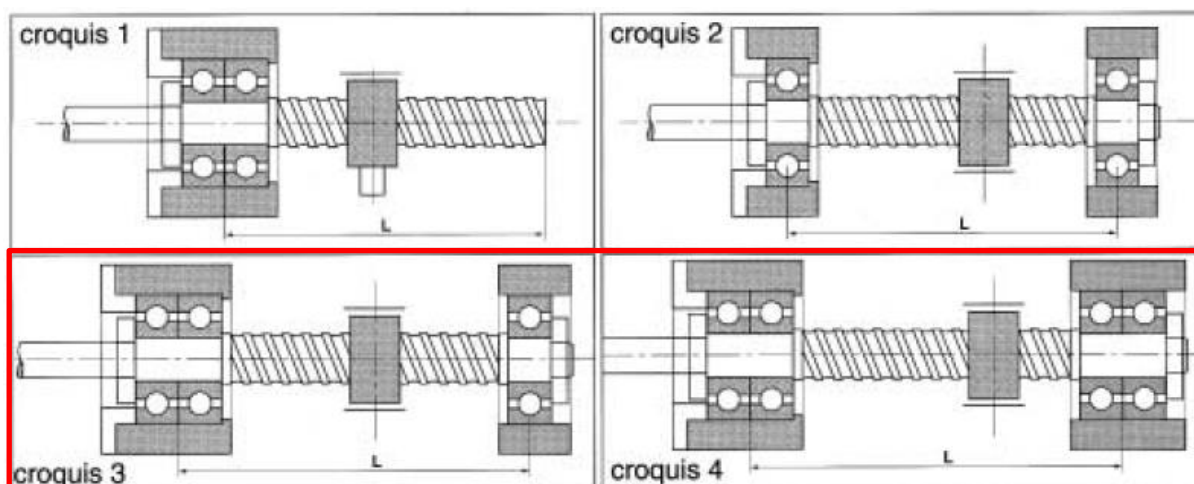


Figure 6: Différents croquis de montage

f <sub>3</sub> = facteur du type de montage		
Croquis 1	encastré-libre	<b>0.25</b>
Croquis 2	appui simple-appui simple	<b>1</b>
Croquis 3	encastré-appui simple	<b>2</b>
Croquis 4	encastré-encastré	<b>4</b>

Tableau 1: Valeur du coefficient du type de montage

Dans un premier temps, nous avons envisagé les croquis de montage 3 et 4, et avons donc effectués les calculs pour chacun des deux cas.

La longueur maximale de bûche ne devant excéder 520mm (voir Cahier des Charges), nous avons décidé de faire varier  $l_2$  entre 50 et 600mm afin d'englober toutes les valeurs possibles.

Les valeurs obtenues pour la force de flambage (en kN) sont regroupées dans le Tableau 2 suivant :

Force de flambage (kN)			
$d_2$ : diamètre fond filet (mm)	$l_2$ : distance écrou-palier à vis (mm)	$f_3$ : coeff. montage	$F_c$ (kN)
44	50	2	<b>101948</b>
	50	4	<b>203896</b>
	100	2	<b>25487</b>
	100	4	<b>50974</b>
	150	2	<b>11328</b>
	150	4	<b>22655</b>
	200	2	<b>6372</b>
	200	4	<b>12744</b>
	250	2	<b>4078</b>
	250	4	<b>8156</b>
	300	2	<b>2832</b>
	300	4	<b>5664</b>

350	2	2081
350	4	4161
400	2	1593
400	4	3186
450	2	1259
450	4	2517
500	2	1019
500	4	2039
550	2	843
550	4	1685
600	2	708
600	4	1416

Tableau 2: Charge de compression maxi (en kN)

- **Analyse des résultats**

Dans un premier temps, on remarque que la force de flambage est d'autant plus faible la distance écrou-palier est grande, ce qui est tout à fait cohérent car le risque de flambage est d'autant plus important que la distance entre les extrémités (ou les appuis) est grande.

Or, même lorsque cette distance vaut 600mm, on trouve une force de flambage de 1416kN, alors que notre effort de poussée est de 4 tonnes soit environ 4kN. Autrement dit, si l'on ne tiendrait compte que du flambage, on pourrait dire qu'en choisissant cette vis on réaliserait un surdimensionnement excessif. Mais le dimensionnement d'un système vis à billes-écrou ne se résume pas simplement au flambage.

Toutefois, en tenant compte des résultats précédents ainsi que de la masse considérable de la vis choisie, nous avons décidé de nous diriger vers un système vis-écrou classique. De plus, le bon fonctionnement de notre système ne requiert ni une précision excessive ni un rendement tel que celui d'une vis à billes (ceci sera démontré et justifié par la suite grâce aux calculs de dimensionnement du système vis-écrou).

### III. Dimensionnement d'un système vis-écrou

Dans un premier temps, nous avons cherché à dimensionner la vis de notre système au flambage, étant donné qu'elle travaillera en compression et qu'elle risque donc d'être soumise à ce phénomène. Pour ce faire, nous avons procédé de la manière suivante :

- **Charge critique de flambage F**

La charge critique de flambage F (théorique) est donnée par la formule d'Euler suivante :

$$F = \frac{\pi^2 EI}{l_k^2}$$

Avec  $E$  = module d'Young du matériau (Pa)

$I$  = moment quadratique de la poutre ( $m^4$ )

$l_k$  = longueur de flambement de la poutre

Considérons dans un premier temps la vis comme une poutre pleine de section circulaire (voir Figure 7 suivante) donc sans filets. Le moment quadratique d'une telle poutre s'écrit donc :

$$I_x = I_y = \frac{\pi D^4}{64}$$

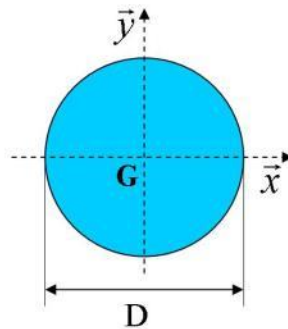


Figure 7: Poutre pleine de section circulaire

Si l'on considère un montage équivalent au croquis 3 de la Figure 6 précédente, c'est-à-dire de type « poutre encastrée-rotulée » (un léger rotulage étant permis par le roulement de droite), on prendra donc  $l_k = 0.7 * L$  où  $L$  est la longueur de la poutre (en m).

Le Cahier des Charges fixant une longueur de bûche maxi de 520mm et une longueur totale maxi du système de 1000mm, nous ferons varier  $L$  entre 0.5 et 0.9m.

- **Calcul du diamètre critique de la poutre (vis)**

À l'aide des expressions de  $F$  et de  $I$  on peut exprimer  $D$  de la manière suivante :

$$D = \sqrt[4]{\frac{F * l_k^2 * 64}{\pi^3 * E}}$$

On prend un acier de construction classique avec  $E = 210$  GPa et on suppose dans un premier temps que la charge critique de flambage est  $F = 39\,240$  N (4 tonnes).

Le diamètre ainsi obtenu (voir Tableau 3 ci-après) correspond au diamètre critique pour la force de flambage imposée.

- **Calcul du diamètre avec coefficient de sécurité**

À partir du diamètre précédemment calculé, on déduit la section  $S = \frac{\pi * D^2}{4}$  de la vis. On applique alors un coefficient de sécurité de 1.5, ce qui a pour conséquence d'augmenter la section de la poutre ( $S' = 1.5 * S$ ).

On en déduit ainsi un nouveau diamètre  $D' = \sqrt{\frac{4 * S'}{\pi}}$  pour chaque valeur de L.

- **Force de flambage correspondante**

À l'aide de la formule d'Euler présenté précédemment, on en déduit alors la charge critique de flambage pour le nouveau diamètre D'.

**Remarque :** La formule d'Euler étant un modèle purement théorique, elle n'est en pratique pas directement utilisée pour le dimensionnement d'une poutre. En général, on définit un paramètre géométrique  $\lambda$  appelé « coefficient d'élancement » ainsi qu'un « coefficient d'élancement critique »  $\lambda_c$  qui dépend du matériau. La comparaison de ces deux coefficients détermine si l'on est dans un cas de compression simple ou non.

$$\lambda = \frac{l_k}{\rho} \text{ avec } \rho^2 = \frac{I}{S} \text{ où } \rho \text{ est appelé le « rayon de giration » de la poutre, et } \lambda_c^2 = \frac{\pi^2 * E}{R_e}$$

Dans notre cas, on trouve  $\lambda_c = 2.97$  et on se rend compte que  $\lambda > \lambda_c$ , ce qui correspond bien au cas où la formule d'Euler est utilisée.

L'ensemble des résultats est regroupé dans le Tableau 3 suivant :

	Poutre encastrée- rotulée : coeff 0.7	Dimensions vis pour F = 42725 N		coeff sécu 1.5			Caractéristiques filetage (métrique ISO)		Coeff d'élancement
$L_{poutre}$ (m)	Lk 0.7 (m)	$D_{critique}$ (mm)	$S_{critique}$ (mm <sup>2</sup> )	S(mm <sup>2</sup> )	D(mm)	F(N)	pas (m)	h(m)	$\lambda$
0.5	0.35	15.06	178.14	267.21	18.44	96131	0.0025	0.002165	75.9
0.52	0.364	15.36	185.26	277.89	18.81	96131	0.0025	0.002165	77.4
0.54	0.378	15.65	192.39	288.58	19.17	96131	0.0025	0.002165	78.9
0.56	0.392	15.94	199.51	299.27	19.52	96131	0.0025	0.002165	80.3
0.58	0.406	16.22	206.64	309.96	19.87	96131	0.0025	0.002165	81.7
0.6	0.42	16.50	213.76	320.65	20.21	96131	0.0025	0.002165	83.1
0.62	0.434	16.77	220.89	331.34	20.54	96131	0.0025	0.002165	84.52
0.64	0.448	17.04	228.02	342.02	20.87	96131	0.0025	0.002165	85.89
0.66	0.462	17.30	235.14	352.71	21.19	96131	0.0025	0.002165	87.2
0.68	0.476	17.56	242.27	363.40	21.51	96131	0.0025	0.002165	88.5
0.7	0.49	17.82	249.39	374.09	21.82	96131	0.0025	0.002165	89.8
0.72	0.504	18.07	256.52	384.78	22.13	96131	0.0025	0.002165	91.1

0.74	0.518	18.32	263.64	395.46	22.44	96131	0.0025	0.002165	92.3
0.76	0.532	18.57	270.77	406.15	22.74	96131	0.0025	0.002165	93.6
0.78	0.546	18.81	277.89	416.84	23.04	96131	0.0025	0.002165	94.8
0.8	0.56	19.05	285.02	427.53	23.33	96131	0.0025	0.002165	96.0
0.82	0.574	19.29	292.14	438.22	23.62	96131.25	0.0025	0.002165	97.2
0.84	0.588	19.52	299.27	448.91	23.91	96131	0.0025	0.002165	98.4
0.86	0.602	19.75	306.40	459.59	24.19	96131	0.003	0.002598	99.5
0.88	0.616	19.98	313.52	470.28	24.47	96131	0.003	0.002598	100.7
0.9	0.63	20.21	320.65	480.97	24.75	96131	0.003	0.002598	101.8

Tableau 3: Caractéristiques du filetage en fonction de la longueur de la vis

- Analyse des résultats**

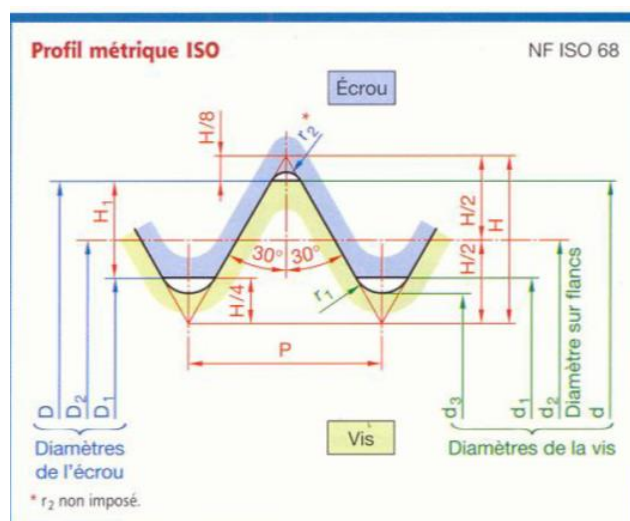
En appliquant un coefficient de sécurité  $k = 1.5$  sur la section  $S$  tel que nous l'avons fait, on se rend compte que la charge critique de flambage  $F'$  ne vaut pas  $k \cdot F$  mais  $k^2 \cdot F$ . En effet, le diamètre d'une poutre intervient à l'ordre 2 dans l'expression de la section.

Ceci nous permet donc d'avoir en réalité un coefficient de sécurité de 2.25 quant à la charge critique de flambage.

Ainsi, à l'aide de ces calculs, nous connaissons par la suite le diamètre de vis nécessaire en fonction de la longueur  $L$  de la vis. Nous avons raisonné de cette manière car c'est en effet la longueur qui sera choisie en premier, en tenant compte de l'encombrement disponible au sein du système tout en intégrant les autres éléments.

- Pas correspondant au diamètre (profil métrique ISO)**

Dans un premier temps, nous avons opté pour le profil métrique ISO (Figure 8), qui est le profil de plus couramment utilisé pour les pièces filetées.





$d = D = \text{diamètre nominal}$	$d_2 = D_2 = d - 0,6495 P$	$P = \text{pas}$	$H_1 = 0,5412 P$
$d_1 = D_1 = d - 1,0825 P$	$d_3 = d - 1,2268 P$	$H = 0,866 P$	$r_1 = 0,1443 P$

Figure 8: Profil métrique ISO

À partir du diamètre  $D'$  calculé précédemment, nous avons associé à chaque valeur le pas normalisé correspondant (voir Figure 9) ainsi que la hauteur de filet  $h = 0.866 \cdot p$  pour le profil normalisé ISO (voir valeurs de  $p$  et  $h$  dans le Tableau 3 précédent).

d ou D	Dimensions normalisées										NF ISO 261-262-965
	Filetage à pas gros (boutonnerie et autres applications courantes) – Tolérances 6H/6g ( $\mu\text{m}$ )										Filetage à pas fins
	Pas	Section du noyau $\text{mm}^2$	$d_2 = D_2$	Tolérances sur $d_2$		Tolérances sur $D_2$		$D_1$	Tolérances sur $D_1$		Pas fins recommandés
				max.	min.	max.	min.		max.	min.	
1,6	0,35	1,08	1,373	-19	-82	+85	0	1,221	+100	0	0,2
2	0,4	1,79	1,740	-19	-86	+90	0	1,567	+112	0	0,25
2,5	0,45	2,98	2,208	-20	-91	+95	0	2,013	+125	0	0,35
3	0,5	4,47	2,675	-20	-95	+100	0	2,459	+140	0	0,35
4	0,7	7,75	3,545	-22	-112	+118	0	3,242	+180	0	0,5
5	0,8	12,7	4,480	-24	-119	+125	0	4,134	+200	0	0,5
6	1	17,9	5,350	-26	-138	+150	0	4,918	+235	0	0,75
8	1,25	32,9	7,188	-28	-146	+160	0	6,647	+265	0	0,75 - 1
10	1,5	52,3	9,026	-32	-164	+180	0	8,376	+300	0	0,75 - 1 - 1,25
12	1,75	76,2	10,863	-34	-184	+200	0	10,106	+335	0	1 - 1,25 - 1,5
(14)	2	105	12,701	-38	-198	+212	0	11,835	+375	0	1 - 1,25 - 1,5
16	2	144	14,701	-38	-198	+212	0	13,835	+375	0	1 - 1,5
(18)	2,5	175	16,376	-42	-212	+224	0	15,294	+450	0	1 - 1,5 - 2
20	2,5	225	18,376	-42	-212	+224	0	17,294	+450	0	1 - 1,5 - 2
(22)	2,5	281	20,376	-42	-212	+224	0	19,294	+450	0	1 - 1,5 - 2
24	3	324	22,051	-48	-248	+265	0	20,752	+500	0	1 - 1,5 - 2
(27)	3	427	25,051	-48	-248	+265	0	23,752	+500	0	1 - 1,5 - 2
30	3,5	519	27,727	-53	-265	+280	0	26,211	+560	0	1 - 1,5 - 2 - (3)
(33)	3,5	647	30,727	-53	-265	+280	0	29,211	+560	0	1,5 - 2 - (3)
36	4	759	33,402	-60	-284	+300	0	31,670	+600	0	1,5 - 2 - 3
(39)	4	913	36,402	-60	-284	+300	0	34,670	+600	0	1,5 - 2 - 3
42	4,5	1 050	39,077	-63	-299	+315	0	37,129	+670	0	1,5 - 2 - 3 - 4
(45)	4,5	1 220	42,077	-63	-299	+315	0	40,129	+670	0	1,5 - 2 - 3 - 4
48	5	1 380	44,753	-72	-322	+334	0	42,588	+710	0	1,5 - 2 - 3 - 4
(52)	5	1 650	48,753	-72	-322	+334	0	46,588	+710	0	1,5 - 2 - 3 - 4
56	5,5	1 910	52,428	-75	-340	+355	0	50,047	+750	0	1,5 - 2 - 3 - 4
(60)	5,5	2 230	56,428	-75	-340	+355	0	54,047	+750	0	1,5 - 2 - 3 - 4
64	6	2 520	60,103	-80	-360	+375	0	57,505	+800	0	1,5 - 2 - 3 - 4

■ À partir de  $d = 64$ , les diamètres augmentent de 4 en 4 jusqu'à 80, puis de 5 en 5.

■ Les pas gros et les pas fins sont constants à partir de  $d = 64$ .

■ Éviter l'emploi des valeurs entre parenthèses.

\* Pour les pas gros l'inscription du pas  $P$  est facultative. \*\* 6 : numéro de tolérances sur flancs. g : écart du profil.

Figure 9: Dimensions normalisées - profil métrique ISO

- **Contrainte de cisaillement (profil métrique ISO)**

À l'aide d'un formulaire de mécanique (résistance des matériaux des filets et des vis), nous avons trouvé l'expression suivante de la contrainte de cisaillement  $\tau$  au niveau d'un filetage :

$$\tau = \frac{F}{k * \pi * d * b * z}$$

$F$	force axiale	en $N$
$d$	diamètre de vis	en $mm$
$b$	largeur de filet de vis	en $mm$
$h$	hauteur de filet de vis	en $mm$
$k$	coefficient de sécurité	
$[\sigma]$ , $[\tau]$	contrainte normale et contrainte cisaillement	en $N/mm^2$

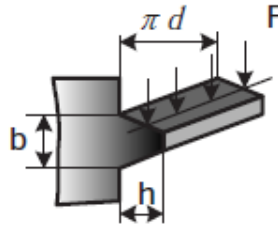


Figure 10: Force F exercée sur un filet de vis

- **Nombre de filets en prise (profil métrique ISO)**

En suivant un raisonnement similaire à celui mené précédemment, nous avons utilisé l'expression de  $\tau$  précédente pour exprimer le nombre de filets  $z$  en prise :

$$z = \frac{F}{\tau * k * \pi * d * b}$$

Données :

F(N)	k	d	b
42725	1.5	$D' + 2h - 0.6495p$	$\cong p$

(Voir Figure 8 pour d et b)

Afin de déterminer le nombre de filets en prise en situation critique (arrachement du filetage), nous avons fixé  $\tau$  comme étant égal à la limite élastique en cisaillement du matériau, soit  $R_{eg} = 0.5 * R_e$  (pour un acier doux).

Dans un premier temps, nous avons choisi un acier relativement doux, car en conception lorsque l'on dimensionne il faut privilégier la sécurité. Ainsi, en prenant un acier S235 (donc  $R_e = 235$  MPa) on a  $R_{eg} = 117$  MPa.



Les résultats obtenus sont regroupés dans le Tableau 4 ci-dessous :

Caractéristiques vis (sans filetage)		Caractéristiques filetage (métrique ISO)		Cisaillement
L (m)	D(mm)	pas (m)	h(m)	nombre de filets z en prise
0.5	18.44	0.0025	0.002165	1.47
0.52	18.81	0.0025	0.002165	1.44
0.54	19.17	0.0025	0.002165	1.42
0.56	19.52	0.0025	0.002165	1.39
0.58	19.87	0.0025	0.002165	1.37
0.6	20.21	0.0025	0.002165	1.35
0.62	20.54	0.0025	0.002165	1.33
0.64	20.87	0.0025	0.002165	1.31
0.66	21.19	0.0025	0.002165	1.30
0.68	21.51	0.0025	0.002165	1.28
0.7	21.82	0.0025	0.002165	1.26
0.72	22.13	0.0025	0.002165	1.25
0.74	22.44	0.0025	0.002165	1.23
0.76	22.74	0.0025	0.002165	1.22
0.78	23.04	0.0025	0.002165	1.20
0.8	23.33	0.0025	0.002165	1.19
0.82	23.62	0.0025	0.002165	1.18
0.84	23.91	0.0025	0.002165	1.16
0.86	24.19	0.003	0.002598	0.94
0.88	24.47	0.003	0.002598	0.93
0.9	24.75	0.003	0.002598	0.92

Tableau 4: Nombre de filets en prise (cisaillement) - profil ISO

Cette démarche nous permettra par la suite de dimensionner notre écrou en augmentant le nombre de filets en prise, ce qui est directement lié à la longueur de l'écrou.

- **Filetage trapézoïdal**

Dans un second temps, nous avons appliqué la même démarche, en optant cette fois-ci pour un profil trapézoïdal. En effet, ce type de profil est plus adapté pour la transmission de mouvement (ce qui est notre cas), tandis que le profil métrique convient mieux pour les applications de réglage et les vis d'assemblage.

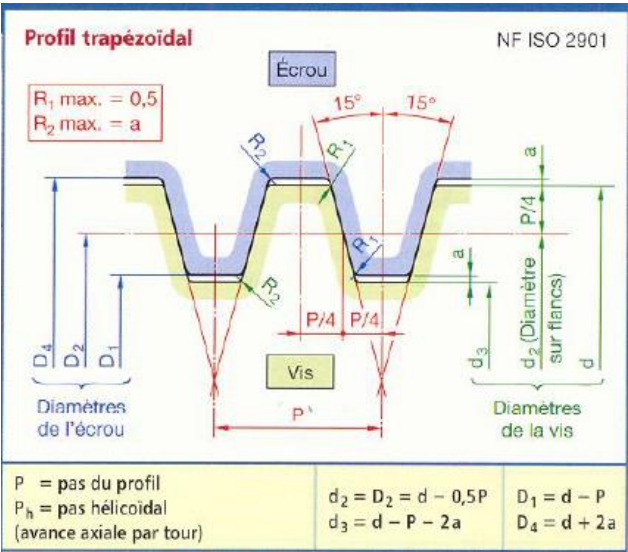


Figure 11: Profil trapézoïdal

En utilisant les données correspondantes au profil trapézoïdal (voir Figure 11 précédente), nous avons déterminé le nombre de filets en prise (au cisaillement), pour des valeurs de diamètres et de pas normalisés (voir Figure 12 ci-après).

d		P			d		P		
8	(9)	1,5	–	–	32	(36)	(6)	6	(4)
10	(11)	2	(1,5)	–	40	(45)	(8)	6	(4)
12	(14)	2	(1,5)	–	50	(56)	(10)	8	(5)
16	(18)	3	(2)	–	63	(70)	(12)	8	(5)
20	(22)	(4)	3	(2)	80	(90)	(16)	10	(5)
25	(28)	(5)	4	(3)	100	(110)	(20)	12	(6)
Tolérances		Écrou	Vis	Vide à fond de filet a					
Qualité moyenne		7H	7e	P	1,5	2 à 5	6 à 12		
Qualité grossière		8H	8c	a	0,15	0,25	0,5		
Éviter l'emploi des valeurs entre parenthèses.									

Figure 12: Dimensions normalisées - profil trapézoïdal

Les résultats obtenus pour le profil trapézoïdal sont regroupés dans le Tableau 5 ci-dessous :

Caract. vis (coeff. Sécu. 1.5)		Caractéristiques filetage (trapézoïdal)			Cisaillement
L (m)	D(mm)	pas (m)	h(m)	m	nombre de filets z en prise
0.5	18.44	0.003	0.00175	0.0020359	2.06
0.52	18.81	0.003	0.00175	0.0020359	2.02
0.54	19.17	0.003	0.00175	0.0020359	1.99
0.56	19.52	0.003	0.00175	0.0020359	1.95
0.58	19.87	0.003	0.00175	0.0020359	1.92
0.6	20.21	0.003	0.00175	0.0020359	1.88
0.62	20.54	0.003	0.00175	0.0020359	1.85
0.64	20.87	0.003	0.00175	0.0020359	1.82
0.66	21.19	0.003	0.00175	0.0020359	1.80
0.68	21.51	0.003	0.00175	0.0020359	1.77
0.7	21.82	0.003	0.00175	0.0020359	1.74
0.72	22.13	0.003	0.00175	0.0020359	1.72
0.74	22.44	0.003	0.00175	0.0020359	1.70
0.76	22.74	0.003	0.00175	0.0020359	1.67
0.78	23.04	0.003	0.00175	0.0020359	1.65
0.8	23.33	0.003	0.00175	0.0020359	1.63
0.82	23.62	0.003	0.00175	0.0020359	1.61
0.84	23.91	0.003	0.00175	0.0020359	1.59
0.86	24.19	0.003	0.00175	0.0020359	1.57
0.88	24.47	0.003	0.00175	0.0020359	1.56
0.9	24.75	0.003	0.00175	0.0020359	1.54

Tableau 5: Filetage trapézoïdal et nombre de filets en prise

#### IV. Dimensionnement de la vis en torsion

Maintenant que notre vis a été dimensionnée au flambage ainsi qu'au cisaillement (filetage), il faut vérifier sa résistance à la torsion. Pour cela, nous considérerons dans un premier temps la vis comme une poutre pleine de section circulaire (sans filetage).

- **Contrainte tangentielle  $\tau_t$**

La contrainte tangentielle dans une poutre s'exprime par :  $\tau_t = \rho * \frac{M_t}{J_0}$

Avec :  $\rho$  = distance par rapport à l'axe de torsion

$M_t$  = moment de torsion

$J_0$  = moment quadratique polaire =  $\frac{\pi D^4}{32}$  pour une poutre de section circulaire pleine

De manière générale, cette formule permet de vérifier qu'en chaque point de la poutre  $|\tau_t| \leq R_e'$

- **Détermination du diamètre (critique)**

D'après la répartition des contraintes dans une poutre pleine de section circulaire (voir Figure 13 ci-après), le cas le plus défavorable est lorsque  $\rho = \frac{D}{2}$ . La contrainte tangentielle en ce point s'écrit alors :

$$\tau_t = \frac{16M_t}{\pi D^3}. \text{ On en déduit l'expression du diamètre : } D = \sqrt[3]{\frac{16M_t}{\pi \tau_t}}.$$

En prenant  $\tau_t = R_e'$  avec  $R_e' = 0.5 * R_e$  (Tresca) ou  $R_e' = \frac{R_e}{\sqrt{3}} = 0.58 * R_e$  (Von Mises), on obtient ainsi le diamètre minimal (critique) correspondant.

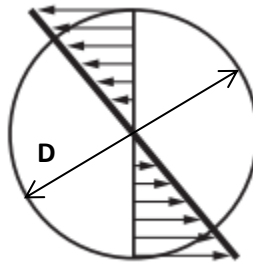


Figure 13: Répartition des contraintes (torsion)

- **Déformation angulaire**

Si l'on trace un rayon sur la section droite de l'extrémité libre d'une poutre en torsion, on suppose (en petites déformations) que ce rayon reste rectiligne et qu'il tourne d'un angle  $\alpha$  (voir Figure 14 ci-après).

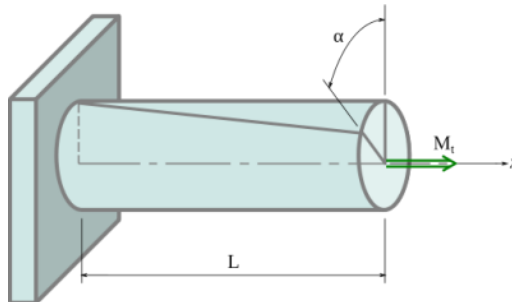


Figure 14: Déformation angulaire d'une poutre en torsion

Le taux de rotation (ou angle unitaire de torsion)  $\theta = \frac{\alpha}{L}$  correspond à la rotation angulaire par unité de longueur et s'exprime en rad/m.

À l'aide de l'expression  $M_t = G * \theta * J_0$  on peut exprimer  $\theta = \frac{32M_t}{\pi G D^4}$  avec  $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$  (module d'élasticité de glissement).

Le diamètre utilisé pour le calcul de  $\theta$  est celui du critère de Von Mises car il est inférieur au diamètre calculé en utilisant Tresca (déformation plus grande donc cas le plus défavorable).

Les résultats obtenus sont regroupés dans le Tableau 6 suivant :

Caract. vis (coeff. Sécu. 1.5)		Moment torsion	Tresca	Von Mises	Angle déformation (torsion)	
L (m)	D(mm)	Nm	D (mm)	D (mm)	$\theta$ (rad/m)	$\theta$ (degrés/m)
0.5	18.44	24.7	10.23	9.74	0.28	16.30
0.52	18.81	25.5	10.34	9.84	0.28	16.12
0.54	19.17	26.3	10.45	9.94	0.28	15.96
0.56	19.52	27.1	10.55	10.04	0.28	15.81
0.58	19.87	27.8	10.65	10.13	0.27	15.66
0.6	20.21	28.6	20	20	0.02	1.29
0.62	20.54	29.3	10.83	10.31	0.27	15.39
0.64	20.87	30.0	10.92	10.39	0.27	15.27
0.66	21.19	30.8	11.01	10.47	0.26	15.15
0.68	21.51	31.5	11.09	10.55	0.26	15.03
0.7	21.82	32.2	11.17	10.63	0.26	14.92
0.72	22.13	32.8	11.25	10.71	0.26	14.82
0.74	22.44	33.5	11.33	10.78	0.26	14.72
0.76	22.74	34.2	11.40	10.85	0.26	14.62
0.78	23.04	34.8	11.47	10.92	0.25	14.53
0.8	23.33	35.5	11.54	10.99	0.25	14.44
0.82	23.62	36.1	11.61	11.05	0.25	14.36
0.84	23.91	36.8	11.68	11.12	0.25	14.27
0.86	24.19	37.4	11.75	11.18	0.25	14.19
0.88	24.47	38.0	11.81	11.24	0.25	14.12
0.9	24.75	38.6	11.87	11.30	0.25	14.04

Tableau 6: Diamètre critique (torsion) et déformation angulaire

- **Analyse des résultats**

On constate que pour les différentes valeurs de L et D précédemment obtenues, le diamètre critique pour la torsion varie entre 9.7 et 11.3 mm pour le critère de Von Mises. Ceci est positif pour notre dimensionnement car les diamètres critiques pour le flambage varient entre 18.4 et 24.7mm ; la vis

choisie aura donc dans tous les cas un diamètre (environ 2 fois) supérieur au diamètre critique pour la torsion.

Par ailleurs, la déformation angulaire maximale obtenue est de  $16.3^\circ/\text{m}$  pour un diamètre d'environ 9.7mm, ce qui n'est pas négligeable mais reste toutefois faible (sur un mètre).

De plus, si l'on calcul la déformation angulaire pour un diamètre de 20mm, donc proche de la vis que nous allons choisir, on obtient une déformation angulaire inférieure à  $2^\circ/\text{m}$ , ce qui est très faible (voir valeurs en jaune dans le Tableau 6).

- **Coefficient de concentration de contraintes (filetage)**

Dans un second temps, nous avons évalué la concentration de contraintes due au filetage. Pour cela, nous n'avons pris en compte qu'un seul filet, que nous avons assimilé à une entaille, comme le montre la Figure 15 suivante :

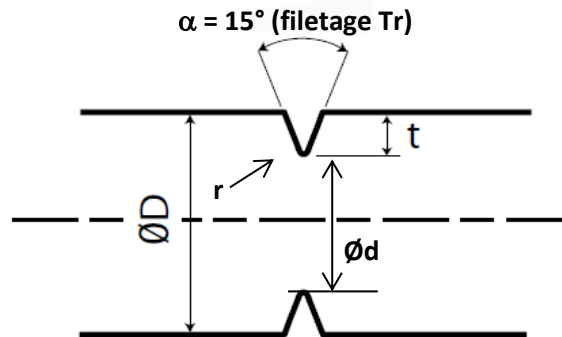


Figure 15: Modélisation simplifiée du filetage

Afin de pouvoir calculer les différents paramètres, notamment  $r$  et  $t$ , nous avons dû faire des approximations suivantes sur le profil trapézoïdal :

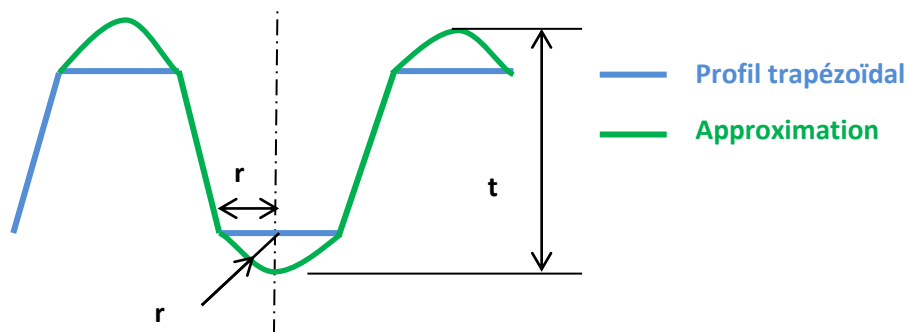


Figure 16: Simplifications géométriques du profil

À l'aide des données de la Figure 11 concernant le profil trapézoïdal ainsi que des simplifications géométriques adoptées (Figure 16 précédente), nous avons pu exprimer les différents paramètres en fonction de grandeurs connues ( $p$ ,  $a$ ,  $\alpha$ ...voir Figure 11).

On obtient :

- $r = \frac{p}{4} - (0.25p + a) * \tan 15$
- $t = 0.5p + a + 2r$
- $d = D_{vis} - p - 2a - 2r$
- $D = D_{vis}$

Les résultats obtenus sont regroupés dans le Tableau 7 suivant :

Caract. vis (coeff. Sécu. 1.5)		Concentration de contraintes (filetage)					
L (m)	D(mm)	r(mm)	t(mm)	d(mm)	D(mm)	d/D	r/t
0.5	18.44	0.48	2.71	13.98	18.44	0.76	0.18
0.52	18.81	0.48	2.71	14.35	18.81	0.76	0.18
0.54	19.17	0.48	2.71	14.70	19.17	0.77	0.18
0.56	19.52	0.48	2.71	15.06	19.52	0.77	0.18
0.58	19.87	0.48	2.71	15.40	19.87	0.78	0.18
0.6	20.21	0.48	2.71	15.74	20.21	0.78	0.18
0.62	20.54	0.48	2.71	16.08	20.54	0.78	0.18
0.64	20.87	0.48	2.71	16.40	20.87	0.79	0.18
0.66	21.19	0.48	2.71	16.73	21.19	0.79	0.18
0.68	21.51	0.48	2.71	17.05	21.51	0.79	0.18
0.7	21.82	0.48	2.71	17.36	21.82	0.80	0.18
0.72	22.13	0.48	2.71	17.67	22.13	0.80	0.18
0.74	22.44	0.48	2.71	17.98	22.44	0.80	0.18
0.76	22.74	0.48	2.71	18.28	22.74	0.80	0.18
0.78	23.04	0.48	2.71	18.57	23.04	0.81	0.18
0.8	23.33	0.48	2.71	18.87	23.33	0.81	0.18
0.82	23.62	0.48	2.71	19.16	23.62	0.81	0.18
0.84	23.91	0.48	2.71	19.44	23.91	0.81	0.18
0.86	24.19	0.48	2.71	19.73	24.19	0.82	0.18
0.88	24.47	0.48	2.71	20.01	24.47	0.82	0.18
0.9	24.75	0.48	2.71	20.28	24.75	0.82	0.18

Tableau 7: Concentration de contraintes (filetage)

Prenons le cas d'une vis de diamètre environ égal à 20 (voir valeurs en jaune dans Tableau 7) :

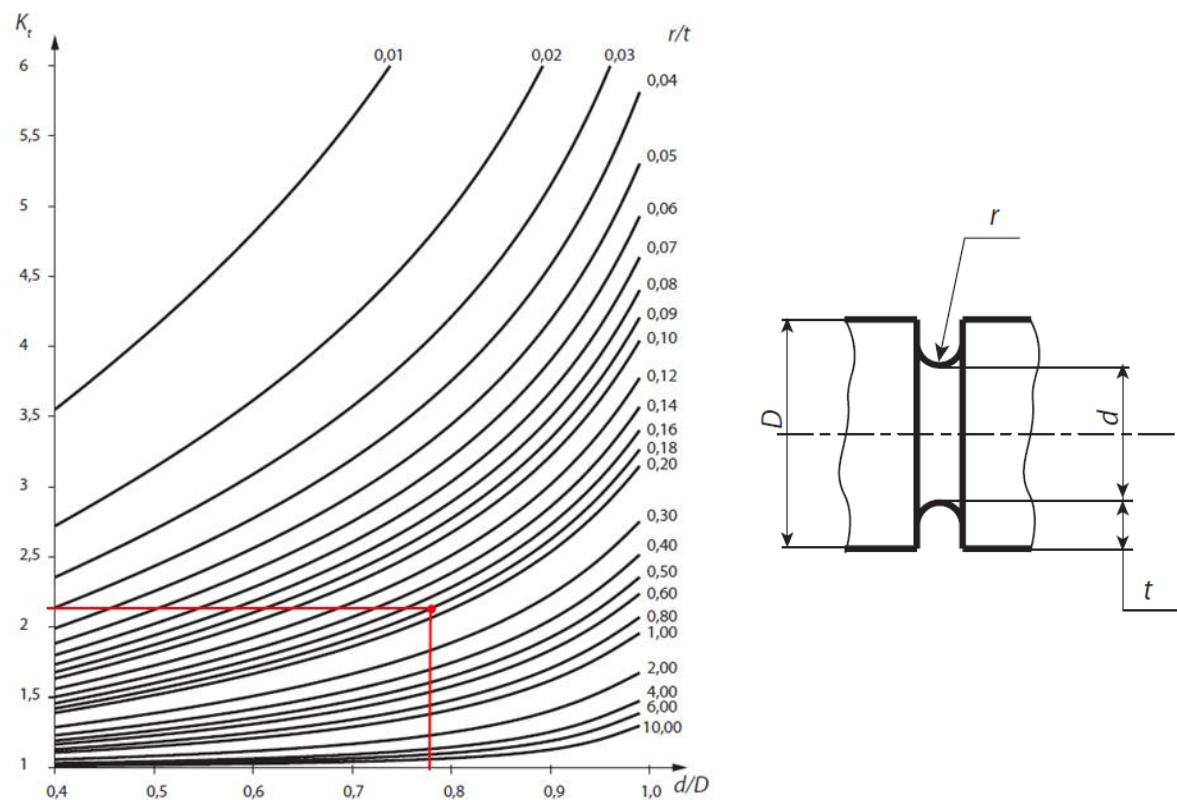


Figure 17: Abaque - détermination de  $K_t$

Pour  $\frac{d}{D} \approx 0.78$  et  $\frac{r}{t} \approx 0.18$ , on obtient à l'aide de l'abaque de la Figure 17 un  $K_t$  d'environ 2,15.

À l'aide de l'abaque suivant (Figure 18) on détermine alors le  $K_t^\alpha$  définitif pour un angle de  $30^\circ$ .



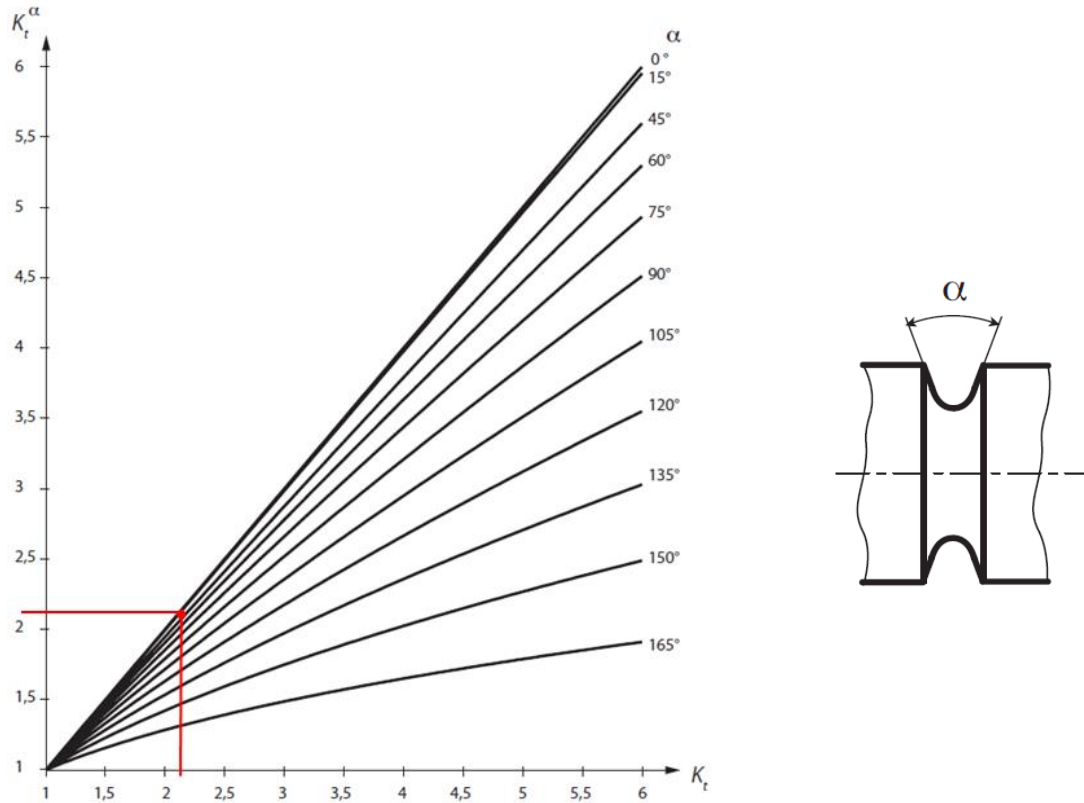


Figure 18: Abaque - Détermination de  $K_t^\alpha$  (correction selon l'angle)

On obtient environ  $K_t^\alpha = 2.10$ , ce qui semble cohérent car d'après les données de la littérature nous avons trouvé que pour un filetage on peut généralement admettre un coefficient de contrainte de 2,25. L'écart relatif de 6.67% peut se justifier par les simplifications géométriques qui ont été faite sur le profil du filetage.

- **Diamètre critique (torsion) et déformation angulaire**

En tenant compte de ce coefficient de concentration de contraintes, nous avons ensuite déterminé, de la même manière que précédemment, le diamètre critique pour la torsion ainsi que la déformation angulaire associée.

La différence est que cette fois ci la contrainte tangentielle  $\tau_t$  est divisée par  $K_t^\alpha$ .

Les résultats obtenus sont regroupés dans le Tableau 8 suivant :

Caract. vis (coeff. Sécu. 1.5)		Moment torsion	Concentration de contraintes (filetage)		Tresca	Von Mises	Angle déformation (torsion)	
L (m)	D(mm)	Nm	d/D	r/t	D (mm)	D (mm)	$\theta$ (rad/m)	$\theta$ (degrés/m)
0.5	18.44	24.7	0.76	0.18	13.10	12.47	0.11	6.06
0.52	18.81	25.5	0.76	0.18	13.24	12.60	0.10	6.00
0.54	19.17	26.3	0.77	0.18	13.38	12.73	0.10	5.93
0.56	19.52	27.1	0.77	0.18	13.51	12.85	0.10	5.88
0.58	19.87	27.8	0.78	0.18	13.63	12.97	0.10	5.82
0.6	20.21	28.6	0.78	0.18	13.75	13.09	0.10	5.77
0.62	20.54	29.3	0.78	0.18	13.87	13.20	0.10	5.72
0.64	20.87	30.0	0.79	0.18	13.98	13.31	0.10	5.68
0.66	21.19	30.8	0.79	0.18	14.09	13.41	0.10	5.63
0.68	21.51	31.5	0.79	0.18	14.20	13.52	0.10	5.59
0.7	21.82	32.2	0.80	0.18	14.30	13.61	0.10	5.55
0.72	22.13	32.8	0.80	0.18	14.41	13.71	0.10	5.51
0.74	22.44	33.5	0.80	0.18	14.50	13.80	0.10	5.47
0.76	22.74	34.2	0.80	0.18	14.60	13.89	0.09	5.44
0.78	23.04	34.8	0.81	0.18	14.69	13.98	0.09	5.40
0.8	23.33	35.5	0.81	0.18	14.78	14.07	0.09	5.37
0.82	23.62	36.1	0.81	0.18	14.87	14.15	0.09	5.34
0.84	23.91	36.8	0.81	0.18	14.96	14.23	0.09	5.31
0.86	24.19	37.4	0.82	0.18	15.04	14.31	0.09	5.28
0.88	24.47	38.0	0.82	0.18	15.12	14.39	0.09	5.25
0.9	24.75	38.6	0.82	0.18	15.20	14.47	0.09	5.22

Tableau 8: Résultats en torsion avec concentration de contraintes

- **Analyse des résultats**

Dans un premier temps, on note que les valeurs du diamètre critique en torsion sont plus grandes que pour le cas où le filetage n'a pas été pris en compte (Tableau 6), ce qui est tout à fait cohérent, car c'est au niveau du filetage qu'on retrouve la concentration de contraintes.

Toutefois, la plage de valeur du diamètre critique en torsion (de 12.5 à 14.5mm pour Von Mises) reste inférieure à la plage du diamètre critique déterminée antérieurement pour le flambage (entre 18.4 et 24.2mm), ce qui ne posera donc pas de problème lors du choix de notre vis.

Enfin, si l'on assume que l'on choisit une vis de diamètre 20mm par exemple, on se rend compte que la déformation angulaire due à la torsion reste très faible (valeurs en jaune dans Tableau 8).

Ces résultats cohérents nous permettent donc de valider et d'exploiter par la suite ces dernières valeurs qui tiennent compte de la concentration de contraintes au niveau des filets.

## V. Calcul de la pression de matage

Le matage est une déformation plastique localisée de la matière sous l'effet d'une pression élevée. Pour éviter de détériorer le filetage de la vis, il est important de vérifier que la pression de matage qui s'exerce sur les filets est inférieure à la pression de matage maximum admissible par le matériau. Par recherche bibliographique on trouve que la pression de matage admissible pour un système vis écrou en charge est comprise entre 2 et 5 MPa. On choisit 2 MPa pour se placer dans le cas le plus défavorable.

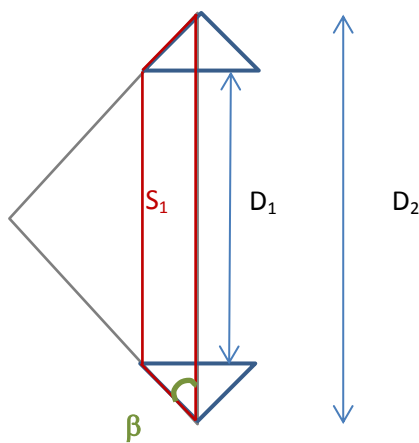


Figure 19 : surface de contact pour un tour en filetage ISO

La pression s'exprime  $P = \frac{F}{S}$  et donc la surface nécessaire pour faire face à la pression de matage s'exprime  $S = \frac{F}{P}$  avec  $F = \frac{F_i}{\cos \beta}$

Le nombre de filets en prise pour faire face à cette pression de matage s'obtient en divisant la surface S par la surface  $S_1$  d'un tour du filet :  $\frac{S}{S_1} = nb \text{ filets}$

La surface  $S_1$  correspond à la soustraction de l'aire des deux cônes de base respectivement  $D_1$  et  $D_2$ .

$$S_1 = \pi \frac{D_2}{2} * \sqrt{\frac{D_2^2}{4} + \frac{2 \tan(\beta)}{D_2}} - \pi \frac{D_1}{2} * \sqrt{\frac{D_1^2}{4} + \frac{2 \tan(\beta)}{D_1}}$$

Le raisonnement est le même pour un filetage trapézoïdal, puisque les faces en contact sont les mêmes. Dans le cas trapézoïdal, en calculant la surface  $S_1$  on détermine le nombre de filet nécessaire pour ne pas détériorer le filetage en fonction du diamètre de la vis.

Diamètre (mm)	nombre de filets z en prise
18.44	1.42
18.81	1.44
19.17	1.45
19.52	1.46
19.87	1.47
20.21	1.48
20.54	1.49
20.87	1.50
21.19	1.52
21.51	1.53
21.82	1.54
22.13	1.55
22.44	1.56
22.74	1.57
23.04	1.57
23.33	1.58
23.62	1.59
23.91	1.60
24.19	1.61
24.47	1.62
24.75	1.63

On peut remarquer que le nombre de filets en prise nécessaire pour ne pas abimer le filetage n'est pas très élevé. L'écrou devra donc avoir un minimum de deux filets en prise, mais pour avoir une longueur plus importante d'écrou, nous en prendrons plus.

# Dimensionnement du moteur

Une fois les dimensions de la vis déterminées, nous avons cherché à trouver un moteur permettant d'avoir une force de fendage de quatre tonnes à une vitesse de neuf millimètres par seconde. Pour ce faire, nous avons calculé les rapports de réduction de la vis et du réducteur pour avoir la bonne vitesse de fendage. À partir de ces rapports de réduction et du calcul des diverses forces de frottement il nous a été possible de déterminer le couple devant être fourni par le moteur. Dans l'ensemble des équations suivantes sont utilisées les dimensions générales d'une vis trapézoïdale (cf. Figure 11 page 26).

## I. Calcul du rapport de réduction de la vis

$$r_1 = \frac{P}{\sqrt{P^2 + (\pi * D)^2}}$$

Avec :

- $P$  : pas de la vis
- $D$  : diamètre nominal de la vis

Méthodologie :

On sait que lorsqu'on tourne la vis d'un tour elle avance d'un pas.

On a donc :

$$r = \frac{\text{pas}}{\text{longueur du filet pour un tour}}$$

Pour déterminer la longueur d'un tour de filet, on peut dérouler le filetage comme sur la figure suivante :

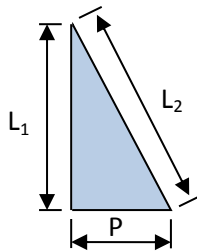


Figure 20 : déroulage du filet

Avec :

- $L_1$  : périmètre nominal de la vis ( $L_1 = \pi \times D_{\text{nominal}}$ )
- $P$  : pas de la vis
- $L_2$  : longueur d'un tour de filet

En appliquant le théorème de Pythagore on obtient l'équation suivante :

$$L_2 = \sqrt{P^2 + L_1^2} = \sqrt{P^2 + (\pi \times D_{\text{nominal}})^2}$$

Caract. vis (coeff. Sécu. 1.5)		Caractéristiques filetage (trapézoïdal)		rapport de réduction
L (m)	D(mm)	pas (m)	h(m)	
0,5	18,44	0,003	0,00175	0,0467
0,52	18,81	0,003	0,00175	0,0458
0,54	19,17	0,003	0,00175	0,0451
0,56	19,52	0,003	0,00175	0,0443
0,58	19,87	0,003	0,00175	0,0436
0,6	20,21	0,003	0,00175	0,0430
0,62	20,54	0,003	0,00175	0,0423
0,64	20,87	0,003	0,00175	0,0417
0,66	21,19	0,003	0,00175	0,0411
0,68	21,51	0,003	0,00175	0,0406
0,7	21,82	0,003	0,00175	0,0400
0,72	22,13	0,003	0,00175	0,0395
0,74	22,44	0,003	0,00175	0,0390
0,76	22,74	0,003	0,00175	0,0386
0,78	23,04	0,003	0,00175	0,0381
0,8	23,33	0,003	0,00175	0,0377
0,82	23,62	0,003	0,00175	0,0372
0,84	23,91	0,003	0,00175	0,0368
0,86	24,19	0,003	0,00175	0,0364
0,88	24,47	0,003	0,00175	0,0361
0,9	24,75	0,003	0,00175	0,0357

## II. Rapport de réduction du réducteur

Notre cahier des charges fixe une avance rapide de 20mm/s, or notre moteur tourne à 2820 tr/min en charge, le rapport de réduction de la vis n'est donc pas suffisant pour obtenir la vitesse souhaitée. Nous devons donc mettre en place un réducteur.

En vitesse rapide, la vis est entraînée à la vitesse de rotation sortant du réducteur.

Vitesse de rotation de la vis pour avoir une avance de 20mm/s :

$$\omega_{vis} = \frac{V_{ar} \times 60}{P}$$

Avec :

- $\omega_{vis}$  : vitesse de rotation de la vis en tr/min
- $P$  : pas en mm
- $V_{ar}$  : vitesse d'avance rapide en mm/s

Le rapport de réduction du réducteur est donc le suivant :

$$r_1 = \frac{\omega_{vis}}{\omega_{moteur}} = \frac{V_{ar} \times 60}{P \times \omega_{moteur}}$$

Avec :

- $\omega_{moteur}$  : vitesse de rotation du moteur en tr/min

Caract. vis (coeff. Sécu. 1.5)	Caractéristiques filetage (trapézoïdal)	Rapport de réduction réducteur
L (m)	pas (m)	
0,5	0,003	0,142
0,52	0,003	0,142
0,54	0,003	0,142
0,56	0,003	0,142
0,58	0,003	0,142
0,6	0,003	0,142
0,62	0,003	0,142
0,64	0,003	0,142
0,66	0,003	0,142
0,68	0,003	0,142
0,7	0,003	0,142
0,72	0,003	0,142
0,74	0,003	0,142
0,76	0,003	0,142
0,78	0,003	0,142
0,8	0,003	0,142
0,82	0,003	0,142
0,84	0,003	0,142
0,86	0,003	0,142
0,88	0,003	0,142
0,9	0,003	0,142

### III. Angle du filetage

$$\alpha = \tan^{-1} \frac{P}{\pi \times D_{nominal}}$$

Méthodologie :

Pour calculer l'angle du filetage, on le déroule comme sur la figure suivante :

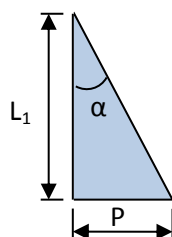


Figure 21 : angle filetage

Avec :

- $L_1$  : périmètre nominal de la vis ( $L_1 = \pi \times D_{nominal}$ )
- $P$  : pas de la vis
- $\alpha$  : angle du filetage

On a donc :

$$\alpha = \tan^{-1} \frac{P}{L_1} = \tan^{-1} \frac{P}{\pi \times D_{nominal}}$$

Caract. vis (coeff. Sécu. 1.5)		Caractéristiques filetage (trapézoïdal)		Angle du filet $\alpha$
L (m)	D(mm)	pas (m)	h(m)	
0,5	18,44	0,003	0,00175	0,0467
0,52	18,81	0,003	0,00175	0,0459
0,54	19,17	0,003	0,00175	0,0451
0,56	19,52	0,003	0,00175	0,0443
0,58	19,87	0,003	0,00175	0,0436
0,6	20,21	0,003	0,00175	0,0430
0,62	20,54	0,003	0,00175	0,0423
0,64	20,87	0,003	0,00175	0,0417
0,66	21,19	0,003	0,00175	0,0412
0,68	21,51	0,003	0,00175	0,0406
0,7	21,82	0,003	0,00175	0,0401
0,72	22,13	0,003	0,00175	0,0395
0,74	22,44	0,003	0,00175	0,0391



0,76	22,74	0,003	0,00175	0,0386
0,78	23,04	0,003	0,00175	0,0381
0,8	23,33	0,003	0,00175	0,0377
0,82	23,62	0,003	0,00175	0,0373
0,84	23,91	0,003	0,00175	0,0368
0,86	24,19	0,003	0,00175	0,0364
0,88	24,47	0,003	0,00175	0,0361
0,9	24,75	0,003	0,00175	0,0357

#### IV. Couple d'entraînement de la vis

Ce calcul nous permettra d'obtenir le couple qu'il est nécessaire d'appliquer à la vis pour obtenir une force de fendage de 4 tonnes conformément au cahier des charges.

Notre vis prendra appui axialement sur une butée à billes, car ceci permet de fortement augmenter le rendement de notre système.

$$C_{vis} = -Q \times \tan(\alpha - \varphi') \times R_m$$

Avec :

- $C_{vis}$  : couple d'entraînement de la vis
- $Q$  : force axiale maximale devant être contrée par la vis
- $\alpha$  : angle du filetage
- $\varphi'$  : angle du cône de frottement
- $R_m$  : rayon moyen

Méthodologie :

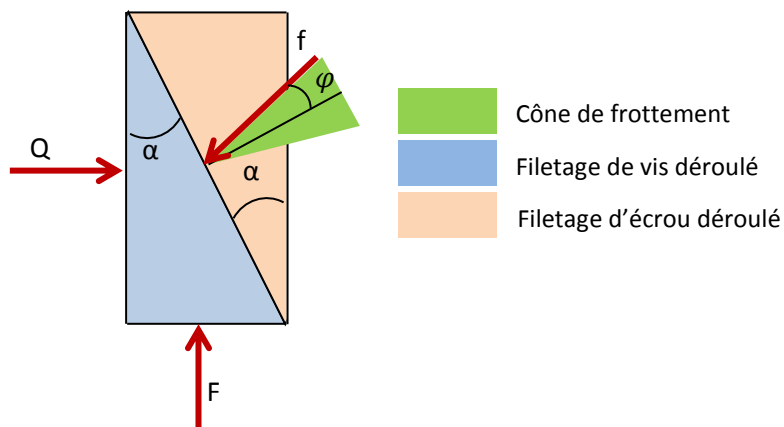


Figure 22 : Forces agissant sur le filet

Avec :

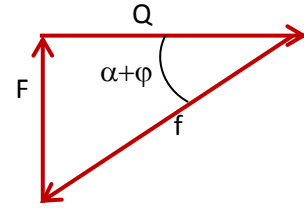
- $f$  : force de frottement entre la vis et l'écrou
- $\varphi$  : angle du cône de frottement
- $F$  : force provoquée par le couple de rotation de la vis

-  $\alpha$  : angle du filetage

La force  $F$  peut être déterminée grâce au triangle des forces, car le vecteur  $Q$  est entièrement connu et on connaît la direction de la force de frottement  $f$ .

On obtient donc :

$$F = Q \times \tan(\alpha + \varphi)$$



Or notre vis comporte un filetage trapézoïdal, il faut donc que nous tenions compte de l'inclinaison du filetage :

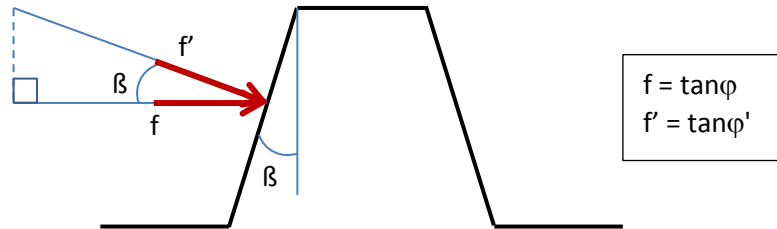


Figure 23 : Profile dent trapézoïdale

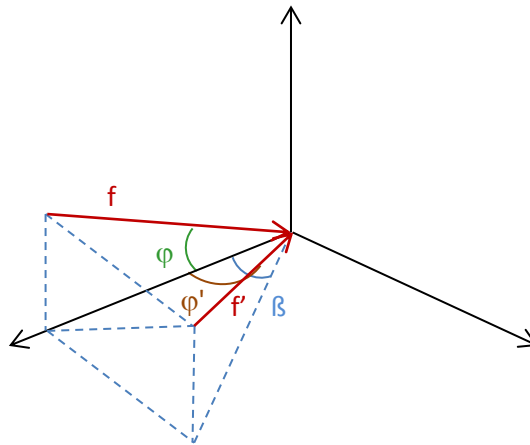


Figure 24 : représentation 3D force de frottement

On obtient donc :

$$f' = \frac{f}{\cos \beta} \rightarrow \tan \varphi' = \frac{\tan \varphi}{\cos \beta}$$

$$F = Q \times \tan(\alpha - \varphi')$$

$$C_{écrou} = -Q \times \tan(\alpha - \varphi') \times R_m$$

Caract. vis (coeff. Sécu. 1.5)		Caractéristiques filetage (trapézoïdal)		Angle du filet $\alpha$	Couple nécessaire
L (m)	D(mm)	pas (m)	h(m)		Nm
0,5	18,44	0,003	0,00175	0,0467	24,6972
0,52	18,81	0,003	0,00175	0,0459	25,5033
0,54	19,17	0,003	0,00175	0,0451	26,2941
0,56	19,52	0,003	0,00175	0,0443	27,0705
0,58	19,87	0,003	0,00175	0,0436	27,8332
0,6	20,21	0,003	0,00175	0,0430	28,5828
0,62	20,54	0,003	0,00175	0,0423	29,3202
0,64	20,87	0,003	0,00175	0,0417	30,0457
0,66	21,19	0,003	0,00175	0,0412	30,7601
0,68	21,51	0,003	0,00175	0,0406	31,4637
0,7	21,82	0,003	0,00175	0,0401	32,1571
0,72	22,13	0,003	0,00175	0,0395	32,8407
0,74	22,44	0,003	0,00175	0,0391	33,5149
0,76	22,74	0,003	0,00175	0,0386	34,1800
0,78	23,04	0,003	0,00175	0,0381	34,8365
0,8	23,33	0,003	0,00175	0,0377	35,4846
0,82	23,62	0,003	0,00175	0,0373	36,1247
0,84	23,91	0,003	0,00175	0,0368	36,7571
0,86	24,19	0,003	0,00175	0,0364	37,3820
0,88	24,47	0,003	0,00175	0,0361	37,9997
0,9	24,75	0,003	0,00175	0,0357	38,6104

## V. Couple devant être fourni par le moteur

Notre cahier des charges impose une force de fendage de 4 tonnes, cette force sera obtenue avec la petite vitesse. Celle-ci permet d'avoir un couple plus important sur la vis que la grande vitesse du fait du plus grand rapport de réduction. Pour obtenir le couple devant être fourni par le moteur, nous devons donc dans un premier temps calculer le rapport de réduction en petite vitesse.

Vitesse de rotation de la vis pour avoir une avance de 10mm/s :

$$\omega_{vis} = \frac{V_{al} \times 60}{P}$$

Avec :

- $\omega_{vis}$  : vitesse de rotation de la vis en tr/min
- $P$  : pas en mm
- $V_{al}$  : vitesse d'avance rapide en mm/s

Le rapport de réduction du réducteur est donc le suivant :

$$r_2 = \frac{\omega_{vis}}{\omega_{moteur}} = \frac{V_{al} \times 60}{P \times \omega_{moteur}}$$

Avec :

- $\omega_{moteur}$  : vitesse de rotation du moteur en tr/min

Calcul du couple minimum devant pouvoir être fourni par le moteur :

$$C_{moteur} = r_2 \times C_{vis} + C_{rl} \times n + C_{lc} \times r_1$$

Avec :

- $C_{moteur}$  : couple minimum devant être fourni par le moteur en Nm
- $r_2$  : rapport de réduction de la petite vitesse
- $C_{vis}$  : couple d'entraînement de la vis
- $C_{rl}$  : couple résistant des liaisons
- $n$  : nombre de liaisons
- $C_{lc}$  : couple maximum pouvant être transmis par le limiteur de couple
- $r_1$  : rapport de réduction de la grande vitesse

De plus, la vitesse lente s'enclenche uniquement quand le limiteur de couple n'arrive plus à transmettre le couple nécessaire. En vitesse lente, le couple maximum pouvant être transmis par le limiteur de couple se transforme donc en couple résistant. Nous avons fait le choix de minimiser le couple du limiteur de couple pour accroître le rendement de notre système à basse vitesse. Il aurait également pu être judicieux d'augmenter ce couple pour pouvoir fendre des bûches de faible résistance à haute vitesse.

En prenant en compte les pertes dans les liaisons calculées dans IV. Calculs des paliers lisses à la page 65 et les pertes liées au réducteur déterminées à la page 45, nous obtenons les couples de moteurs minimums nécessaires pour atteindre notre objectif de force de fendage de 4 tonnes en fonction de la longueur de la vis :

Table 1 : Couple devant être fourni par le moteur

Longueur	Diamètre	Couple devant être fourni par le moteur
m	mm	Nm
0.5	18.44	3.10
0.52	18.81	3.15
0.54	19.17	3.20
0.56	19.52	3.25
0.58	19.87	3.30
0.6	20.21	3.35
0.62	20.54	3.40

0.64	20.87	3.44
0.66	21.19	3.49
0.68	21.51	3.53
0.7	21.82	3.58
0.72	22.13	3.62
0.74	22.44	3.66
0.76	22.74	3.71
0.78	23.04	3.75
0.8	23.33	3.79
0.82	23.62	3.83
0.84	23.91	3.87
0.86	24.19	3.91
0.88	24.47	3.95
0.9	24.75	3.99

Nous pouvons remarquer que les couples à fournir par les moteurs en fonction de la longueur et du diamètre de la vis sont raisonnables. En effet, on se situe ici sur une plage de moteurs compris entre 900 et 1300 W.

## VI. Choix du limiteur de couple

Afin de pouvoir passer de la vitesse rapide (de déplacement) à la vitesse lente (pour la phase de fendage) nous avons fait le choix d'utiliser un limiteur de couple. Pour ce faire il nous faut calculer les forces de frottement résistantes ( $F$ ) lors du déplacement de la butée mobile sur la poutre. L'ensemble des données nécessaires se situent ci-dessous (Figure 25 : Schéma pour le calcul des frottements en vitesse rapideFigure 25).

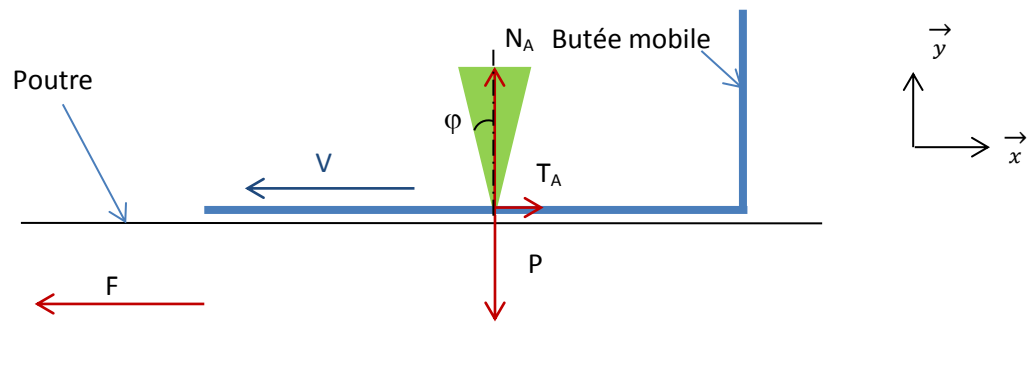


Figure 25 : Schéma pour le calcul des frottements en vitesse rapide

On considère le problème comme plan, les équations du Principe Fondamentale de la Statique nous donnent :

- sur  $\vec{x}$  :  $T_A - F = 0 \iff T_A = F$
- sur  $\vec{y}$  :  $N_A - P = 0 \iff N_A = P$

$$\text{Or } \frac{T_A}{N_A} = \tan \varphi = 0.1, \text{ d'où } T_A = 0.1 \cdot N_A \text{ et donc } T_A = 0.1 \cdot P$$

D'après le modèle CAO, l'ensemble butée mobile et vis pèse 10 kg.

$$\text{D'où } F = 0.1 \cdot 10 \cdot 9.81 = 9.81 \text{ N}$$

D'après la formule de calcul du couple de la vis utilisé précédemment nous obtenons avec un coefficient de sécurité de 1.5 :

$$C_{vis} = (-F \times \tan(\alpha - \varphi') \times R_m + C_{fr}) \cdot 1.5$$

Avec  $F = 9.81 \text{ N}$

$$\alpha = 0.0412^\circ$$

$$\varphi' = 0.10316011^\circ$$

$$R_m = 0.01249925 \text{ m}$$

$$C_{fr} = 0.05 \text{ N.m}$$

$$\text{Donc } C_{vis} = 0.08 \text{ N.m}$$

Le couple à vaincre étant très faible et le couple de fendage beaucoup plus important (un peu plus de 30 N.m) nous avons décidé que le limiteur de couple ne glissera que lorsque le couple dépassera **3 N.m** sur celui-ci. En effet, pour éviter le blocage du retour de la butée mobile par une brindille qui viendrait se coincer entre la butée et la poutre, un couple minimum est nécessaire.

Nous avons donc choisi de prendre un limiteur de couple à billes afin qu'il puisse à nouveau s'actionner automatiquement lorsque le couple repasse sous les 3 N.m.

Le limiteur que nous avons implanté dans notre modèle CAO est le modèle « Autocoupleur sans jeu angulaire SIKUMAT à billes - Série SP - montage flasqué – claveté » de la marque Siam Ringspann (Figure 26 ci-dessous).



Figure 26 : limiteur de couple à billes

## VII. Choix du moteur

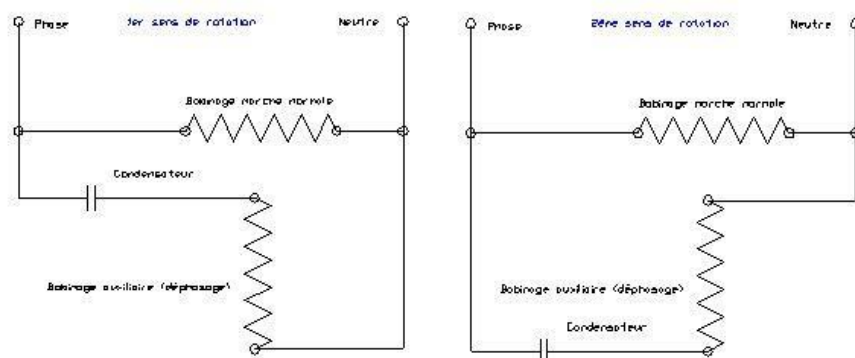
Lors de la modélisation de la fendeuse, nous avons choisi une longueur de vis de 600mm. D'après la Table 1 : *Couple devant être fourni par le moteur* p.44, le moteur devra donc fournir au minimum 3.35 Nm pour avoir une force de fendage de 4T, ce qui correspond à un moteur de 990 W.

Un moteur de 1000W serait donc suffisant. Or on remarque que dans la gamme de moteur à 3000trs/min, la puissance la plus répandue est de 1100 W. Nous choisirons donc ce moteur afin de diminuer le prix.

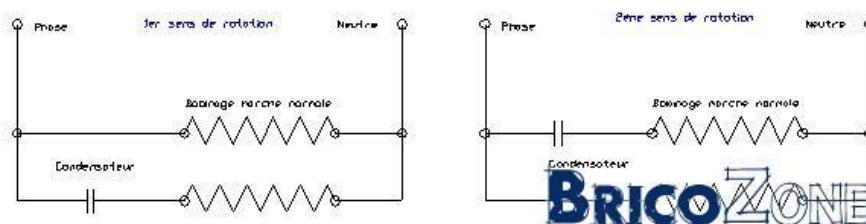
Lors du choix du moteur, il a également fallu faire attention à choisir un moteur monophasé capable de tourner dans les deux sens pour le retour en marche arrière. Pour ce faire, deux solutions s'offrent à nous :

- Si le moteur possède deux bobinages avec des impédances différentes, un bobinage principal et un deuxième bobinage déphasé, il suffit simplement d'inverser le courant dans la bobine de déphasage pour changer le sens de rotation (Voir les deux premiers schémas ci-dessous).
- Si le moteur possède deux bobinages d'impédance identiques, il est possible d'utiliser comme bobinage de déphasage l'un ou l'autre pour inverse le courant (Voir les deux derniers schémas ci-dessous).

Moteur avec 2 bobinages de résistances différentes



Moteur avec 2 bobinages de résistances identiques



Les caractéristiques d'un moteur du fabricant Lenze sont les suivantes :

Vitesse 3000 min<sup>-1</sup>

Hauteur d'axe	Type	caractéristique du couple	vitesse en charge	courant nominal à 230V	facteur de puissance cos φ	M <sub>A</sub> /M <sub>N</sub> en démarrage direct	I <sub>A</sub> /I <sub>N</sub>	poids IM B3	condensateur C <sub>B</sub>	U DB
		kW	min <sup>-1</sup>	A				kg	μF	V
56	MDEAPXX 056-31	0,09	2780	0,9	0,81	1	3,1	3,5	4	400
63	MDEAPXX 063-11	0,12	2830	1,2	0,86	0,8	3,4	4,5	6	400
63	MDEAPXX 063-31	0,18	2830	1,5	0,88	0,6	3,5	5	8	400
71	MDEAPXX 071-11	0,37	2800	2,4	0,97	0,6	3,7	6,5	16	400
71	MDEAPXX 071-31	0,55	2760	4,2	0,95	0,53	3,5	7	16	400
80	MDEAPXX 080-11	0,55	2840	4	0,94	0,5	4,1	9	16	400
80	MDEAPXX 080-31	0,75	2790	5	0,94	0,45	4	10	20	400
80	MDEAPXX 080-41	1,1	2800	6,7	0,95	0,4	4,2	11	30	400
90S	MDEAPXX 090-11	1,3	2820	8,3	0,98	0,65	4,8	13	40	400
90L	MDEAPXX 090-31	1,75	2820	10,5	0,97	0,56	4,8	14	50	400

Figure 27: moteur Lenze choisi

Une fois le moteur choisi, nous pouvons calculer les performances réelles de la fendeuse.

$$C_{vis} = C_{moteur} \times r_2 + C_p + C_{lc} \times r_1$$

Avec :

- $C_{moteur}$  : couple minimum devant être fournit par le moteur en Nm
- $r_2$  : rapport de réduction de la petite vitesse
- $C_{vis}$  : couple d'entrainement de la vis
- $C_p$  : le couple total perdu par frottements
- $C_{lc}$  : couple maximum pouvant être transmis par le limiteur de couple
- $r_1$  : rapport de réduction de la grande vitesse

Le couple appliqué sur la vis est de 32.7 Nm avec un moteur de 1100 W.

D'après ce qui été fait précédemment,

$$C_{vis} = -Q \times \tan(\alpha - \varphi') \times R_m$$

Avec :

- $C_{vis}$  : couple d'entrainement de la vis
- $Q$  : force axiale maximale devant être contrée par la vis
- $\alpha$  : angle du filetage
- $\varphi'$  : angle du cône de frottement
- $R_m$  : rayon moyen

On peut donc en déduire la force axiale maximale devant être contrée par la vis Q :

$$Q = \frac{C_{vis}}{-\tan(\alpha - \varphi') \times R_m}$$



$$Q = 49939 \text{ N}$$

Pour obtenir la force de fendage disponible sur la butée mobile, il faut encore retirer 3485 N perdu par frottement de la butée mobile sur la poutre.

**Notre fendeuse a ainsi une force de 46454 N, c'est-à-dire une force fendage de 4.6 T, ce qui est en accord avec notre cahier des charges.**

Nous allons maintenant encore vérifier si la vis d'une longueur de 600mm et de diamètre 25mm que nous avons choisi résiste à la puissance supplémentaire du moteur.

Caractéristique	Valeur
Diamètre minimum pour résister au flambage (mm)	21.0
Diamètre minimum pour résister à la torsion avec le critère de Tresca (mm)	14.8
Angle de déformation à la torsion pour un arbre de 25mm (degrés/m)	0.85

Tableau 9 : caractéristiques de la vis

Les diamètres minimums pour résister à la torsion et au flambage sont bien inférieurs au diamètre standard de la vis choisie de 25mm. La déformation angulaire est également acceptable et ne risque pas de gêner le fonctionnement de la fendeuse. Cette vis choisie précédemment reste donc bien valable pour le moteur plus puissant.

## Différentes solutions de réducteur

### I. Réduction primaire

Le réducteur primaire est le réducteur qui adapte la vitesse du moteur de 2820 trs/min à 396 trs/min, ce qui correspond à la vitesse de rotation de la vis en vitesse rapide. Nous utiliserons la formule de Willis pour faire les calculs de réduction. Le rapport de réduction à atteindre avec le réducteur primaire est de 0.14 comme nous l'avons vu précédemment.

$$R = (-1)^k \frac{\text{Produit du nombre de dents des roues menantes}}{\text{Produit du nombre de dents des roues menées}}$$

### a. Trois pignons étagés

Une première solution, la plus simple est d'utiliser un réducteur à 3 pignons étagés.

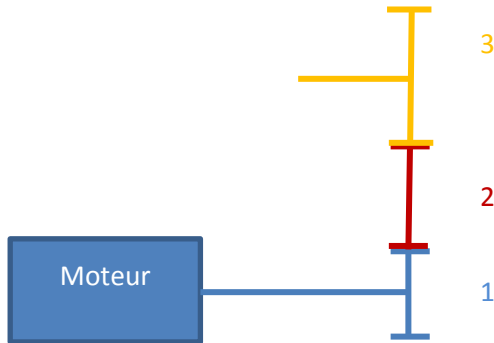


Figure 28 : réducteur à trois pignons étagés

$$R = (-1)^2 * \frac{D1}{D2} * \frac{D2}{D3} = \frac{D1}{D3}$$

On fixe D1 car c'est le plus petit diamètre qui peut poser problème sachant que le nombre de dents ne devant pas être inférieur à Z=17 pour éviter l'interférence.

$$D3 = * \frac{D1}{R}$$

Si D1 = 36mm, D3 = 257mm

Le pignon 3 est beaucoup trop grand avec ce type de réducteur, vu le rapport de réduction important.

### b. Utilisation d'un pignon double

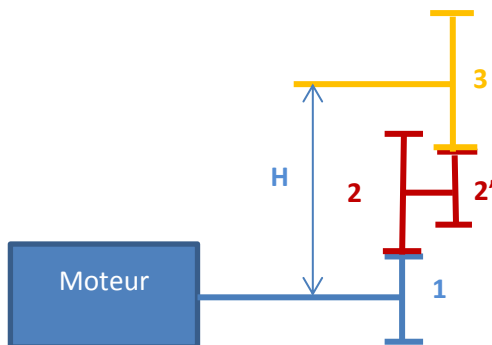


Figure 29 : réducteur a pignon double

Pour pallier au problème du pignon trop grand, il est possible d'utiliser un réducteur primaire avec un pignon double. Le système est ainsi plus compact, grâce à des pignons menants plus grands et des pignons menés plus petits.

- Nous allons dans un premier temps déterminer la taille des pignons en tenant compte de la hauteur H entre l'axe du pignon 1 et l'axes des pignons 3 pour minimiser le nombre de pignons.

On applique la formule de Willis pour déterminer le rapport de réduction.

$$r = \frac{\omega_{\text{planétaire récepteur}} - \omega_{\text{porte satellite}}}{\omega_{\text{planétaire moteur}} - \omega_{\text{porte satellite}}} = (-1)^n \frac{\pi * Z_{\text{menantes}}}{\pi * Z_{\text{menée}}}$$

Dans notre cas

$$R = (-1)^2 \frac{Z1 * Z2'}{Z2 * Z3} \text{ et en raisonnant sur les diamètre } R = \frac{D1 * D2'}{D2 * D3}$$

La condition géométrique sur les diamètres donne ensuite :

$$H = \frac{D1}{2} + \frac{D2}{2} + \frac{D2'}{2} + \frac{D3}{2} \text{ d'où } D3 = 2H - D1 - D2 - D2'$$

En remplaçant D3 dans R on obtient

$$RD2^2 + RD2 * (-2H + D1 + D2') + D1D2' = 0$$

$$\text{Résolution : } \Delta = b^2 - 4ac$$

$$D2 = \frac{-R(-2H + D1 + D2') \pm \sqrt{(R * (-2H + D1 + D2'))^2 - 4R * D1 * D2'}}{2 * R}$$

On en déduit ensuite D3 :

$$D3 = 2H - D1 - D2 - D2'$$

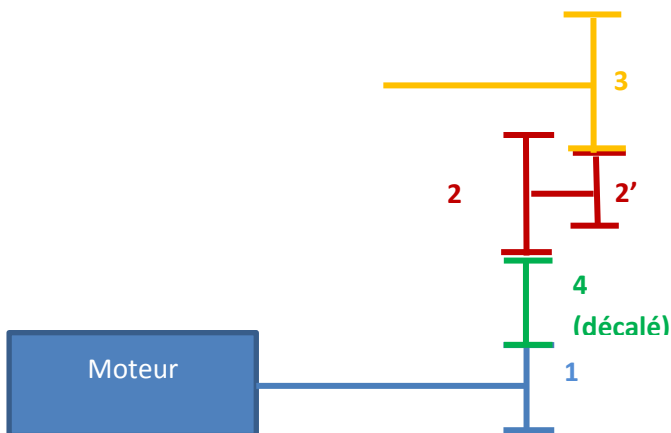
Avec Excel il est ensuite possible de trouver plusieurs combinaisons valables :

Données d'entrée		
pignon moteur 1	38	mm
Pignon 2'	38	mm
rapport de réduction	0.142	
distance entre l'axe moteur et l'axe du pignon 3 (h)	185	mm

calculs			
pignon 2	254	ou	40
pignon 3	40		254
rapport de réduction réel	0.142		

On remarque que la condition d'imposer la hauteur H influence négativement le diamètre des pignons. La taille du pignon 3 est par exemple trop importante ce qui rend la taille du réducteur très important.

- Nous choisissons donc dans un second temps de ne plus fixer cette distance H, et de mettre un 4<sup>ème</sup> pignon supplémentaire. Ce pignon ne change pas le rapport de réduction car il se simplifie dans la formule de Willis et pourra être décalé si nécessaire pour avoir la hauteur H souhaitée tout en ayant le même module que celui des autres dents.



Pour des raisons de coût et de facilité de montage, nous avons choisi de fixer l'égalité

Figure 30 : réducteur à pignon double avec pignon supplémentaire

des diamètres des petites et des grandes roues dentées.

- $D1 = D2'$
- $D2 = D3$

D'après la formule de Willis :

$$R = \frac{D1 * D2'}{D2 * D3}$$

Et donc :

$$D2 = \sqrt{\frac{d1^2}{R}}$$

Une combinaison particulièrement intéressante donne :

Données d'entrée		
D pignon moteur 1 = D Pignon 2'	36	mm
rapport de réduction	0.142	
Calculs		
D pignon 2 = D pignon 3	96	mm
Taille mini pignon sup (calculé/choix)	53	54

C'est cette configuration qui donne un diamètre du pignon 3 le plus petit, que nous choisirons pour la suite.

## II. Réduction secondaire (changement de vitesse)

Le système de changement de vitesse étant en prise directe en vitesse lente, le réducteur principal est dimensionné en fonction de cette vitesse. Un train épicycloïdal interne au changement de vitesse permet ensuite d'adapter la vitesse de rotation pour la vitesse lente.

Rapport de réduction total en vitesse rapide :  $R_r = 0.142$

Rapport de réduction total en vitesse lente :  $R_l = 0.064$

Le rapport de réduction interne au changement de vitesse s'exprime donc  $R_i = \frac{0.064}{0.142} \sim 0.45$

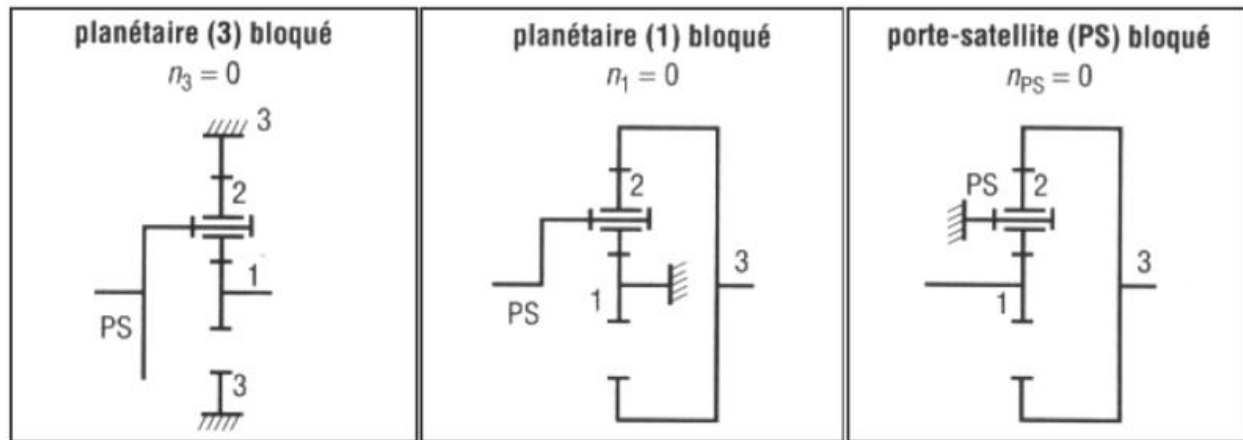


Figure 31 : différents cas de montage de train épicycloïdal

Notre réducteur est équivalent au deuxième schéma, c'est-à-dire que le planétaire (1) est bloqué  
Remarque : avec ce montage le sens de rotation de la sortie ne change pas.

Les abaques donnent directement la formule du rapport de réduction :

$$R = \frac{Z_3}{Z_1 + Z_3}$$

Or on se rend compte qu'avec ce genre de montage, il ne sera pas possible d'atteindre un rapport de réduction inférieur à 0,5.

Nous avons donc modifié le train épicycloïdal pour permettre un rapport de réduction plus important, en y ajoutant un satellite double :

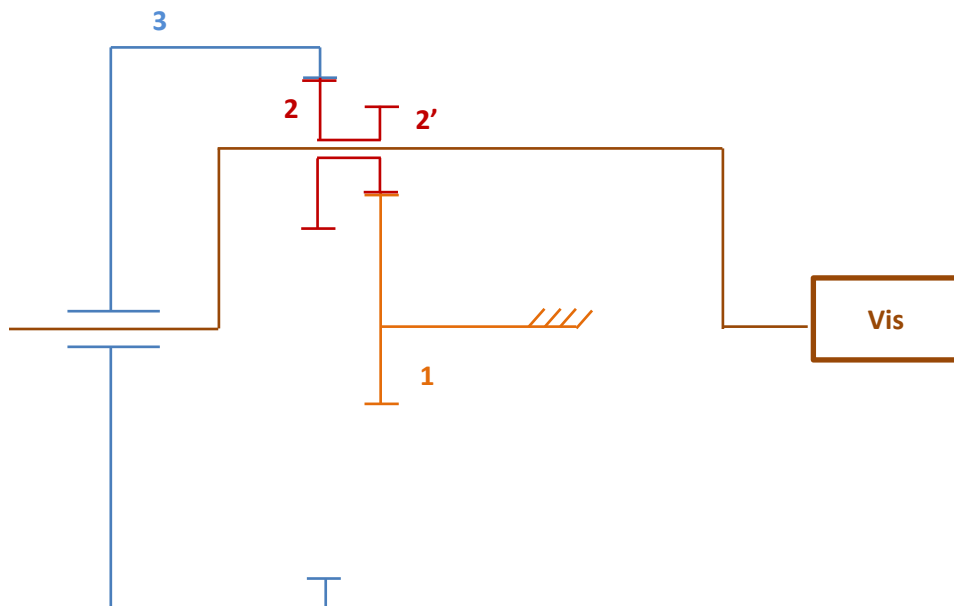


Figure 32 : nouvelle version du réducteur à train épicycloïdal

On applique la formule de Willis pour déterminer le rapport de réduction.

$$r = \frac{\omega_{\text{planétaire récepteur}} - \omega_{\text{porte satellite}}}{\omega_{\text{planétaire moteur}} - \omega_{\text{porte satellite}}} = (-1)^n \frac{\pi * Z_{\text{menantes}}}{\pi * Z_{\text{menée}}}$$

On a donc d'après la Figure 32 :

$$r = \frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_3 - \omega_2} = (-1)^1 \frac{Z_3 * Z_2'}{Z_2 * Z_1} \text{ avec } \omega_1 = 0$$

$$\text{On en déduit } r(\omega_3 - \omega_2) = -\omega_2 \text{ et donc finalement } \omega_3 = \frac{\omega_2(r-1)}{r}$$

$$\text{Or on sait aussi que } R = \frac{\omega_s}{\omega_e} = \frac{\omega_2}{\omega_3}, \text{ or } \omega_3 = \frac{\omega_2(r-1)}{r} \text{ d'où } R = \frac{r}{r-1}$$

$$\text{On peut donc écrire } R = \frac{-\frac{Z_3 * Z_2'}{Z_2 * Z_1}}{-\frac{Z_3 * Z_2'}{Z_2 * Z_1} - 1} \text{ et donc } R = \frac{Z_3 * Z_2'}{Z_3 * Z_2' + Z_2 * Z_1}$$

Dans notre cas concret, nous ne cherchons pas à calculer le rapport de réduction, mais les diamètres des pignons et de la couronne pour obtenir le rapport souhaité. On remplace ainsi les nombres de dents par les diamètres. Il est ensuite nécessaire de fixer deux diamètres et on trouvera les deux autres grâce au rapport de réduction et à la condition géométrique.

Nous choisissons ici de fixer le diamètre de la couronne et le diamètre du pignon 2'. Ce dernier sera le plus petit pignon et il est donc important de contrôler sa taille. Nous pouvons donc déterminer le diamètre des autres roues dentées pour obtenir le rapport de réduction souhaité.

### *Démarche de calcul en raisonnant sur les diamètres:*

On sait que  $R = \frac{D_3 * D_2'}{D_3 * D_2' + D_2 * D_1}$  et donc  $R(D_3 * D_2' + D_2 * D_1) = D_3 * D_2'$  et la condition géométrique sur les diamètres donne  $D_3 = D_2 + D_2' + D_1$ .

On obtient finalement

$$D_1 = D_3 - D_2 + D_2'$$

On remplace D1 dans la formule de R pour exprimer D2 en fonction de D3 et D2'. On obtient ainsi un polynôme du second degré :

$$-R * D_2^2 + R * D_2(D_3 - D_2') - D_3 * D_2' + R * D_3 * D_2' = 0$$

$$\text{Résolution : } \Delta = b^2 - 4ac$$

$\Delta$  doit être supérieur ou égal à 0 pour trouver une solution réelle. Seule l'une des deux solutions est valable :

$$D_2 = \frac{-R(D_3 - D_2') + / - \sqrt{R * (D_3 - D_2')^2 - 4 * (-R) * (-D_3 * D_2' + R * D_3 * D_2')}}{2 * (-R)}$$

On en déduit ensuite D1 :

$$D1 = D3 - D2 + D2'$$

Avec Excel il est ensuite possible de trouver plusieurs combinaisons valables :

Données d'entrée			
Porte satellite 2'	25	mm	
Couronne	180	mm	
Rapport de réduction	0.45		

Calculs			
Porte satellite 2 calculé	55	mm	ou 100.00
Pignon fixe 1 calculé	100	mm	55
Rapport de réduction réel	0.45		

Données d'entrée		
Porte satellite 2'	36	mm
Couronne	250	mm
Rapport de réduction	0.45	

Calculs			
Porte satellite 2 calculé	86	mm	ou 128
Pignon fixe 1 calculé	128	mm	86

Le deuxième calcul offre le compromis le plus intéressant entre le diamètre de la couronne de 250mm et le diamètre du porte satellite. La première configuration avec un diamètre acceptable du porte satellite de 86mm est la configuration que nous choisirons, car l'autre configuration est physique impossible lorsqu'on a plusieurs satellites.

### III. Calcul des modules

Données : Puissance moteur = 1100 W et  $\omega = 295.3$  rad/s

Le module s'exprime de la façon suivante :

$$m = 2.34 \sqrt{\frac{T}{k * R_p}}$$

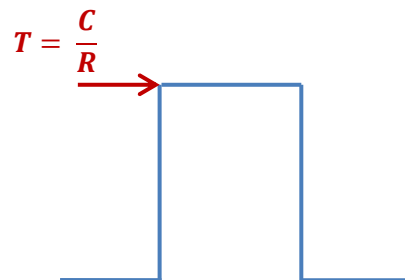


Figure 33 : représentation schématique d'une dent

Avec :

$$R_p = \frac{Re}{s} \text{ et } T = \frac{C}{R}$$

$k$  = coefficient de largeur de denture

On choisit un acier de construction S355 avec une résistance élastique  $Re = 355 \text{ MPa}$ , un coefficient de sécurité  $s=2$ , et un coefficient de largeur de denture  $k=7$

Il faut donc dans un premier temps déterminer les couples sur les différents arbres :

Sur l'arbre d'entrée :  $C = \frac{P}{w} = \frac{1100}{295.3} = 3.7 \text{ Nm}$  pour les pignons à la sortie du moteur.

#### a. Réducteur primaire

On effectue les calculs précédents dans le cas du réducteur primaire

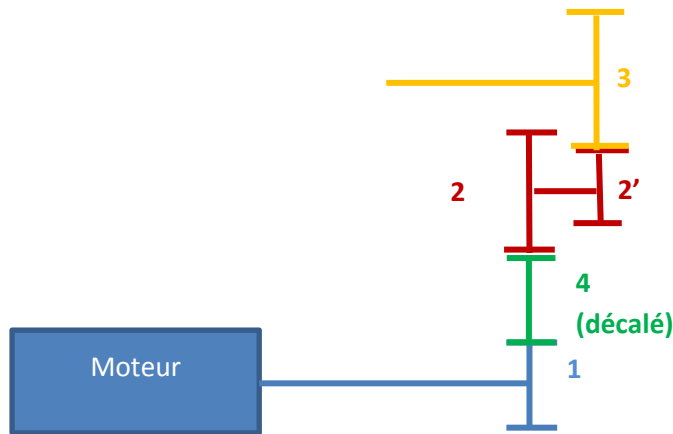


Figure 34 : Rappel de la géométrie du réducteur primaire

On obtient les résultats suivants :

N° pignon	1	2	2'	3	4
R (mm)	18	48	18	48	27
C (Nm)	3.72	9.88	9.88	26.23	5.59
T(N)	206.94	206.94	549.16	549.16	206.94
module	0.95	0.95	1.56	1.56	0.95

Tableau 10 : Calculs de modules du réducteur primaire

Il faut choisir un module normalisé supérieur aux modules calculés.

0.5	1.25	3
0.6	1.5	4
0.8	2	5
1	2.5	6

Tableau 11 : Modules normalisés



D'après le Tableau 11 des modules normalisés, on choisit un module  $m=2$  pour les engrenages. Or le diamètre primitif est égal au module multiplié par le nombre de dents ( $d = mZ$ ), on en déduit donc le nombre de dents suivant pour les pignons :

Nombre de dents	
$Z1 = Z2'$	18
$Z2 = Z3$	48
Nombre de dents pignon sup	27

Le fait d'avoir fixé la taille des petits pignons nous permet d'obtenir un nombre de dent  $Z=18$ , supérieur au nombre de dents critique pour éviter l'interférence  $Z = 17$ .

### b. Réducteur secondaire

On effectue ensuite les mêmes calculs pour le train épicycloïdal :

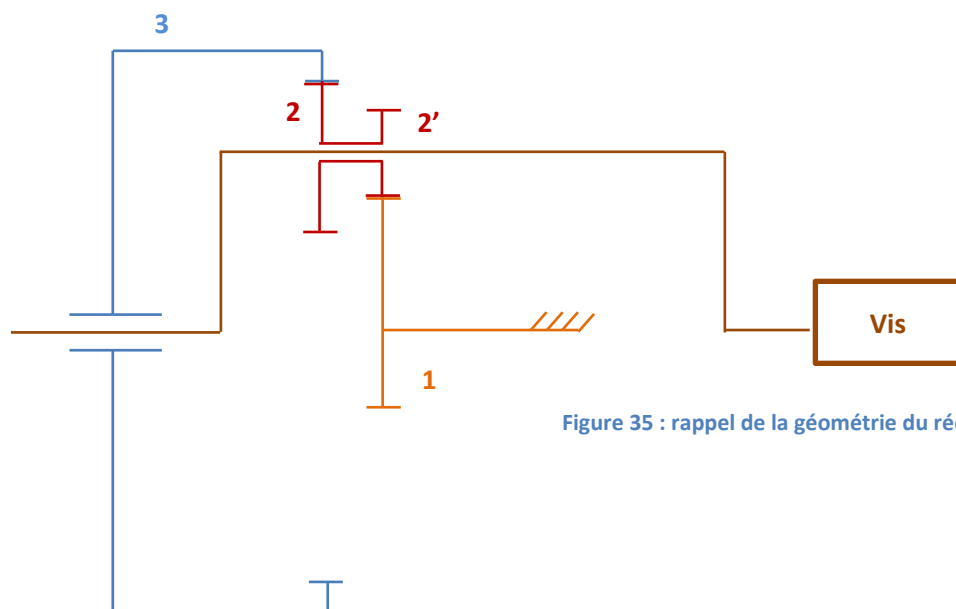


Figure 35 : rappel de la géométrie du réducteur secondaire

On obtient les modules suivants :

N° pignon	3	2	2'	1
R (mm)	125.00	42.91	18.00	64.09
C (Nm)	25.41	56.46	56.46	15.86
T(N)	203.25	328.98	3136.63	247.38
module	0.9	1.2	<b>3.7</b>	1.0

Tableau 12 : premier calcul des modules du réducteur primaire

On remarque que le module nécessaire sur le pignon 2 est très élevé, du fait du grand rapport de réduction. Pour avoir un nombre de dents  $Z > 17$  et ainsi éviter l'interférence tout en ayant un pignon le plus petit possible, nous avons donc augmenté le nombre de satellites jusqu'à obtenir un module de 2

compatible avec les autres modules. Il nous faudra donc **4 satellites** pour avoir un module calculé  $< 2$  et donc choisir ce module normalisé d'après le Tableau 13 ci-dessous.

0.5	1.25	3
0.6	1.5	4
0.8	2	5
1	2.5	6

Tableau 13 : Modules normalisés

On obtient ainsi après recalcule avec 4 satellites, les modules suivants :

N° pignon	3	2	2'	1
module	0.9	0.6	1.9	0.5

Tableau 14 : modules finaux des pignons

Le diamètre primitif est égal au module multiplié par le nombre de dents ( $d = mZ$ ), on en déduit donc le nombre de dents suivant pour les pignons :

Nombre de dents	
Pignon 3	125
Pignon 2	43
Pignon 2'	18
Pignon 1	64

Tableau 15 : modules finaux des pignons

#### IV. Calculs des paliers lisses

Pour des raisons de coût et d'encombrement nous avons choisi d'utiliser des paliers lisses plutôt que des roulements dans nos deux réducteurs.

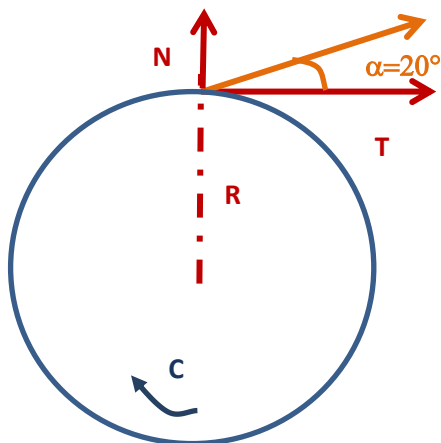


Figure 36 : figure pour le calcul de la force radiale

Le choix d'un palier lisse dépend de la vitesse linéaire et de la charge spécifique du palier. La charge spécifique du palier est dans notre cas la charge radiale du palier généré par les engrenages. En effet, dans le cas des engrenages standards, les cercles de base sont rapprochés de telle sorte que la droite intérieure forme un angle de pression  $\alpha$  avec la perpendiculaire à la droite qui passe par les axes. Selon le standard,  $\alpha$  vaut  $20^\circ$  en Europe.

On calcul donc la charge radiale  $N$  de la façon suivante :

$$N = T * \tan 20^\circ \text{ et donc } N = \frac{C}{R} \tan 20^\circ$$

Comme la longueur du palier ne dépend que de la vitesse linéaire  $V$  (m/s) et de la pression spécifique en  $\text{kg/cm}^2$ , on pose :

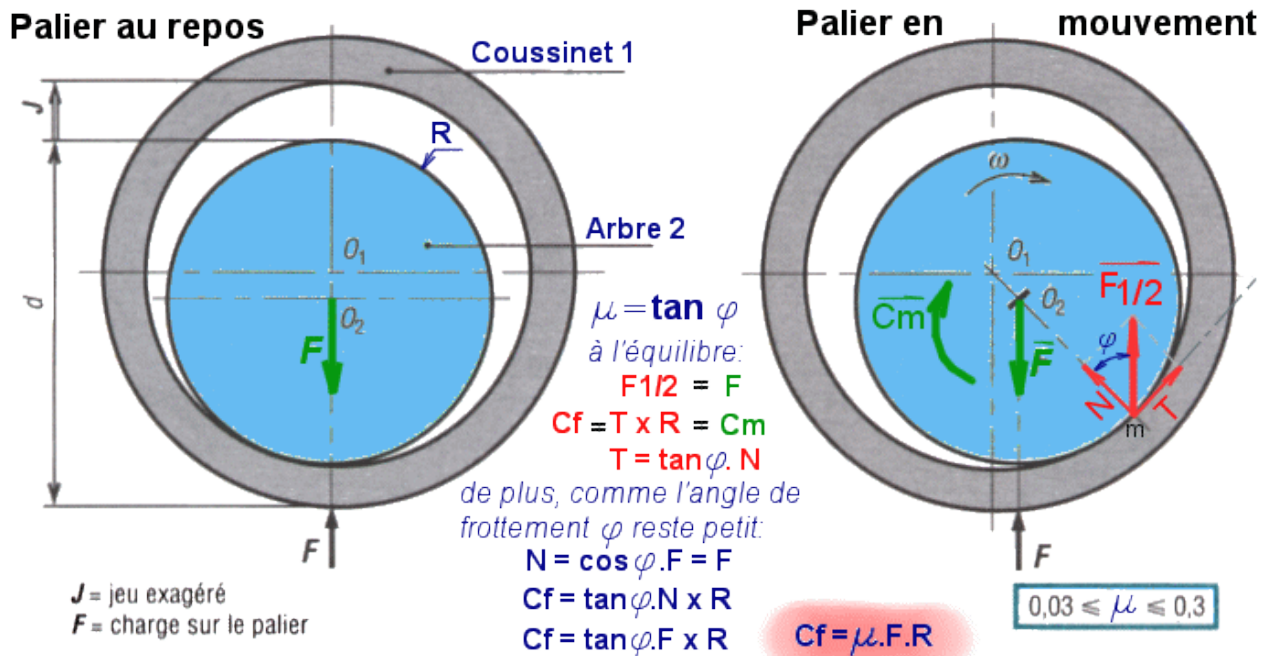
$P*V=18$  (valeur expérimentale donnée par les constructeurs)

$$\frac{F}{S} * V = 18$$

$$\frac{F}{18} * V = S$$

$$L = \frac{F}{18 * D} * V$$

On calcul ensuite le couple lié aux pertes par frottement :



Nous choisissons dans notre cas  $\mu=0.1$  dû au graissage à vie des paliers.

#### a. Réducteur primaire

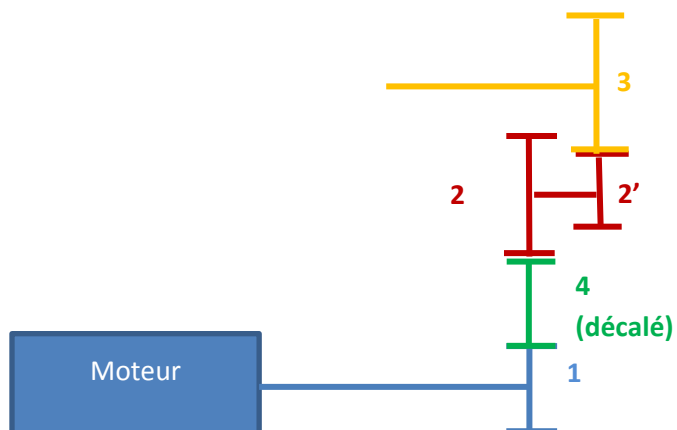


Figure 37 : Rappel de la géométrie du réducteur primaire

### i. Arbre du pignon 1

La répartition de la charge sur les deux paliers d'un arbre d'un pignon du réducteur n'est pas forcément la même selon la position du pignon sur l'arbre comme on peut le voir sur la Figure 38 ci-dessous :

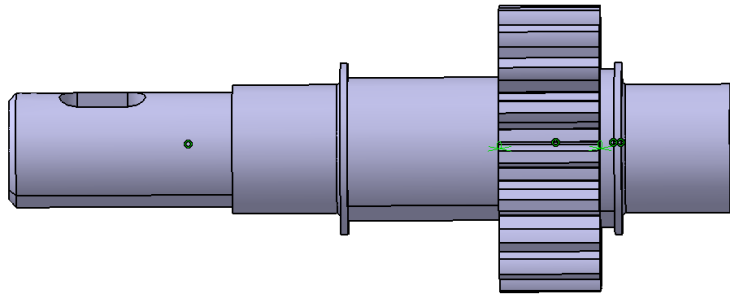
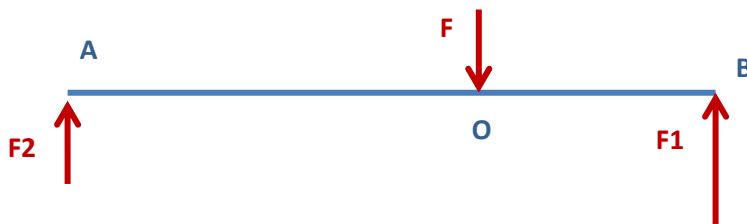


Figure 38 : arbre et pignon 1 du réducteur

La théorie des barycentres permet de déterminer la charge respective sur chacun des paliers :



On sait que :

$$F1 * OA = F2 * OB \text{ et } F1 + F2 = F$$

$$\text{et donc } F1 = \frac{F * OB}{OA + OB} \text{ et } F2 = \frac{F * OA}{OA + OB}$$

### ii. Arbre du pignon 4

Le pignon 4 situé entre le pignon moteur 1 et le pignon 2 à un axe décalé par rapport aux deux autres pignons. Les forces radiales ne se compensent donc pas et il y aura apparition d'une force résultante R. On sait de plus que  $|N1|=|N2|$  car la force transmise par le pignon 4 est la même que celle transmise par le moteur.

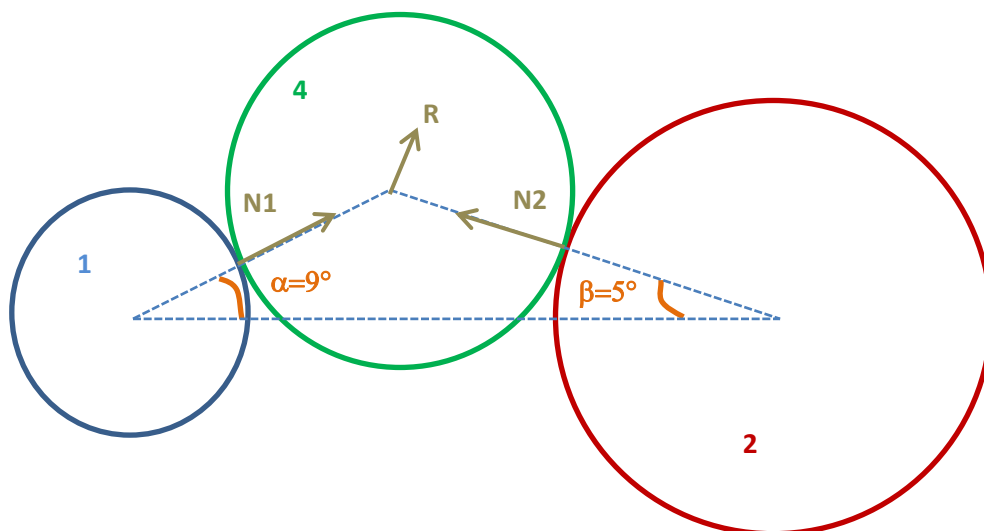
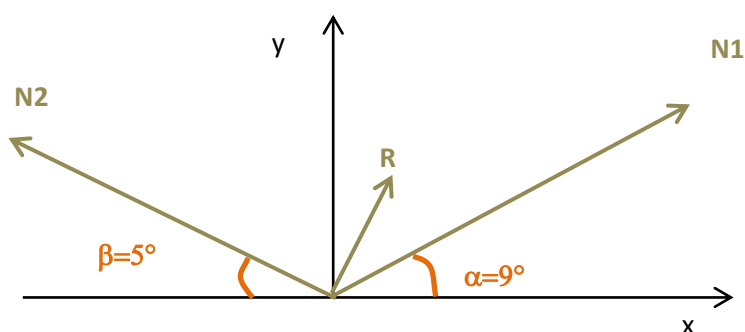


Figure 39 : schéma des forces sur le pignon 4

En ramenant les forces au même point, on obtient :



$$\sum F_{/x} = 0 \rightarrow Rx + N1 * \cos\alpha - N2 * \cos\beta = 0$$

$$\sum F_{/y} = 0 \rightarrow Ry + N1 * \sin\alpha + N2 * \sin\beta = 0$$

On en déduit :

$$Rx = N2 * \cos\beta - N1 * \cos\alpha = 0.64N$$

$$Ry = -N1 * \sin\alpha - N2 * \sin\beta = 41.18 N$$

Et finalement :

$$R = \sqrt{Rx^2 + Ry^2} = 41.2N$$

La charge radiale obtenue est très faible, il n'est donc pas nécessaire d'appliquer la théorie des barycentres pour déterminer la charge que supporte chacun des paliers de l'arbre, puisqu'un seul palier de diamètre 16 (de dimensions normalisées) pourrait théoriquement supporter toute la charge.

### iii. Arbre des pignons 2 et 2'

On déduit les forces agissant sur les dents des roues dentées en projetant les forces tangentielles sur un axe incliné de  $20^\circ$  par rapport à la normale à la droite liant les axes de rotation des roues dentées en contact. On a donc :

$$F = \frac{T}{\cos 20} \text{ avec } T = \frac{C}{R}$$

On obtient donc  $F_2 = 220\text{N}$  et  $F_{2'} = 584\text{N}$

Les roues dentées de notre réducteur ne sont pas toutes alignées, les forces  $F_2$  et  $F_{2'}$  s'appliquant sur notre roue dentée double n'ont donc pas la même direction. L'angle  $\beta$  caractérise cet écart de direction. Par analyse géométrique de notre système, nous trouvons un angle  $\beta$  de  $5^\circ$ .

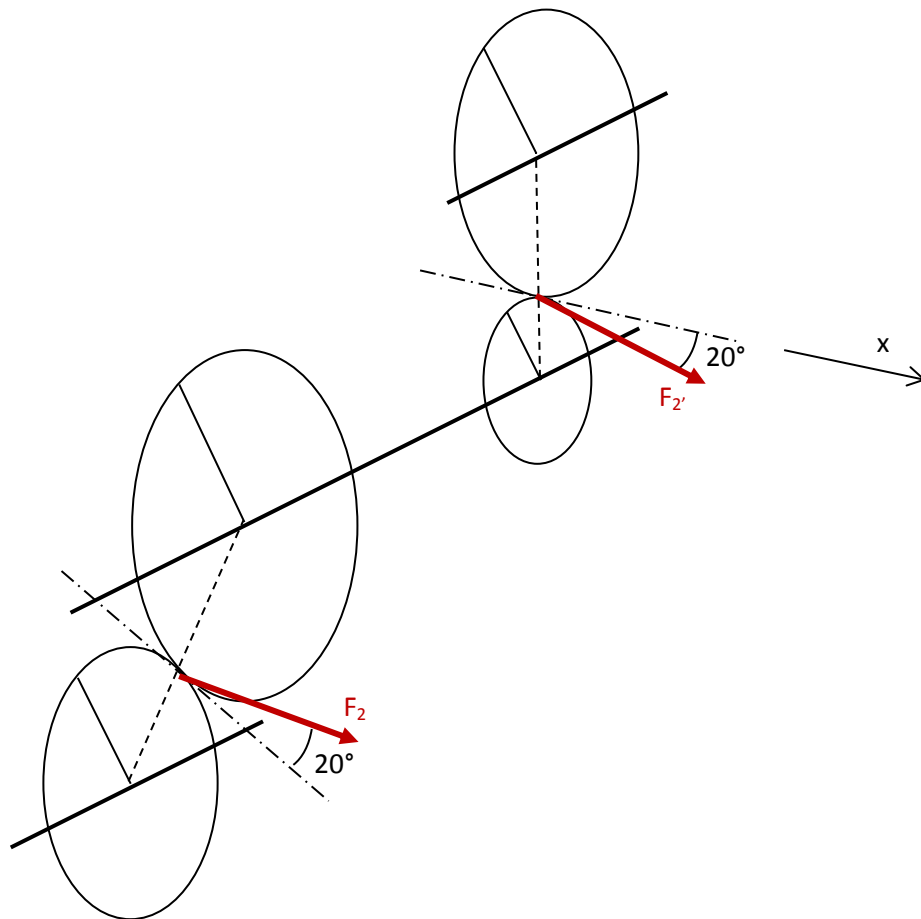
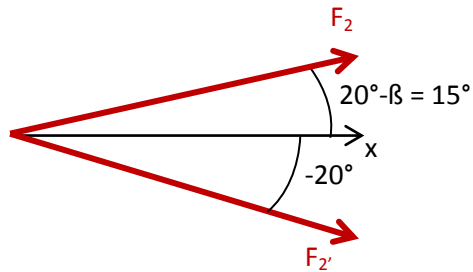
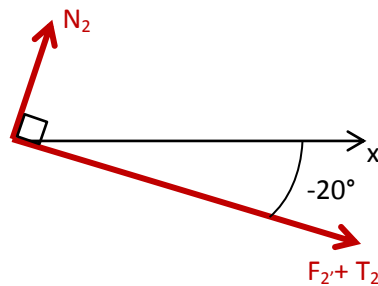


Figure 40 : forces agissant sur l'arbre 2

Si on ramène nos forces  $F_2$  et  $F_{2'}$  au même point, on obtient la figure suivante :



On projette  $F_2$  sur  $F_{2'}$  :

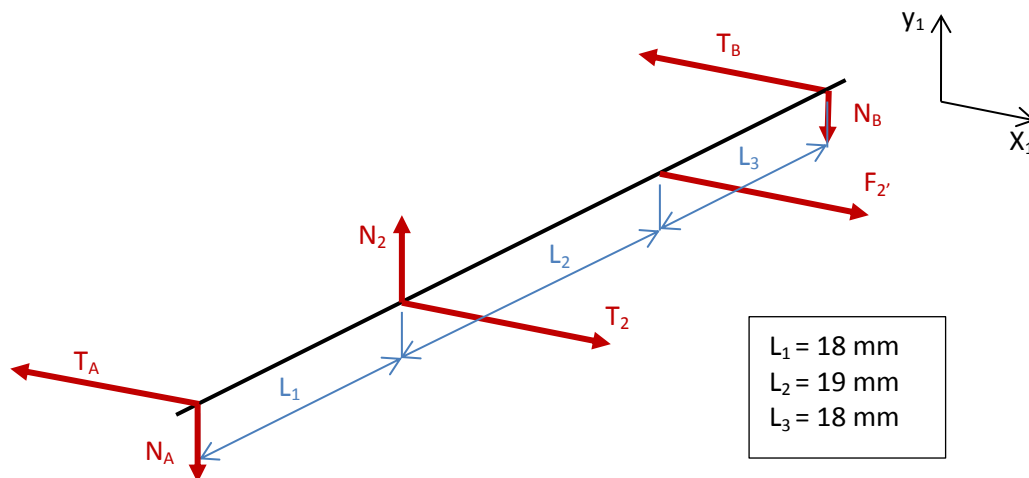


$$T_2 = F_2 \times \cos(35)$$

$$N_2 = F_2 \times \sin(35)$$

On a donc  $T_2 = 180\text{N}$  et  $N_2 = 126\text{N}$

Dans l'espace on obtient donc le problème suivant :



$T_A$ ,  $T_B$ ,  $N_A$  et  $N_B$  sont les forces dues aux paliers.

$$\sum F_{/x1} = 0 \rightarrow T_2 + F_{2'} - T_A - T_B = 0 \quad (1)$$

$$\sum M(F_{x1})_{/A} = 0 \rightarrow L_1 \times T_2 + (L_1 + L_2) \times F_{2'} - (L_1 + L_2 + L_3) \times T_B = 0 \quad (2)$$

$$\sum F_{/y1} = 0 \rightarrow N_2 - N_A - N_B = 0 \quad (3)$$

$$\sum M(F_{y1})_{/A} = 0 \rightarrow L_1 \times N_2 - (L_1 + L_2 + L_3) \times N_B = 0 \quad (4)$$

Sur x :

$$(2) : T_B = \frac{L_1 \times T_2 + (L_1 + L_2) \times F_{2'}}{(L_1 + L_2 + L_3)} = 452 \text{ N} \quad (5)$$

$$(5) \rightarrow (1) : T_A = \frac{-L_1 \times T_2 - (L_1 + L_2) \times F_{2'}}{(L_1 + L_2 + L_3)} + T_2 + F_{2'} = 312 \text{ N}$$

Sur y :

$$(4) : N_B = \frac{L_1 \times N_2}{(L_1 + L_2 + L_3)} = 41 \text{ N} \quad (6)$$

$$(6) \rightarrow (3) : N_A = N_2 - \frac{L_1 \times N_2}{(L_1 + L_2 + L_3)} = 85 \text{ N}$$

On peut donc déduire les forces qui s'exercent sur les paliers :

Palier A :

$$F_A = \sqrt{T_A^2 + N_A^2}$$

$$\mathbf{F_A = 323 \text{ N}}$$

Palier B :

$$F_B = \sqrt{T_B^2 + N_B^2}$$

$$\mathbf{F_B = 454 \text{ N}}$$



#### iv. Bilan

Tous les résultats des calculs précédents sont résumés dans le Table 2 ci-dessous. La longueur minimale des paliers nécessaire est calculée d'après la formule p.58 :

$$L = \frac{F}{18 \cdot D} \cdot V$$

Nous avons fixé le diamètre des arbres à **16mm** pour minimiser les déformations de ceux-ci en fonctionnement.

Le couple perdu par frottement a été calculé grâce à la formule p.58 :

$$C_f = \mu \cdot N \cdot R$$

Pour le calcul, nous nous sommes placés dans le cas de paliers lisses graissés à vie, et donc le coefficient de frottement  **$\mu$  vaut 0.1**.

Nous obtenons ainsi les résultats suivants :

	Arbre 1	Arbre 4	Arbre 2		Arbre 3
Vitesse de rotation (tr/min)	2820.0	1880.0	1057.5		396.6
Vitesse linéaire (m/s)	2.362	1.575	0.886		0.332
R pignon (mm)	18	27	48	18	48
Force N(N)	75.32	41.19	323.00	454.00	42.57
L palier (mm)	3.83	1.40	9.94	13.97	1.75
Couple perdu au frottement (Nm)	0.12	0.07	0.26	0.36	0.02

Table 2 : Bilan du dimensionnement des paliers lisse pour le réducteur primaire

Pour faciliter les opérations de montage et éviter des erreurs, nous avons décidé de n'utiliser qu'un seul et même palier pour le réducteur primaire. Celui-ci est dimensionné pour résister à la charge la plus élevée. Cette charge est sur l'arbre 2 et nécessite un palier d'une longueur minimale de 13.97mm.

Nous choisissons donc un palier normalisé de longueur **L=17mm** et de diamètre D=16mm pour l'ensemble du réducteur.

**Cylindrique**

**A collerette**

d	6	8	10	12	14	15	16	18	20	25	30	35
D	8	10	12	14	16	17	18	20	23	28	34	39
B	6	8	10	12	12	12	12	15	15	15	20	30
	8	10	15	20	20	20	20	25	25	25	30	40
	10	12	20	25	25	25	25		30	30	40	50
D1	12	15	18	20	22	23	24	26	30	35	42	47
B1	1	1	1	1	1	1	1	1	1,5	1,5	2	2
B2		5,5	9	9	12	9	12	12	11,5	11,5	16	16
	4	7,5	12	12	17	12	17	17	15	16,5		
	8	9,5	17	15	17	17		22	16,5	20,5	26	26
				17					21,5			

Les coussinets cylindriques existent jusqu'au diamètre d = 300 mm.

Dans ce réducteur en cascade, la somme des couples perdu est de **0.83 Nm**. Ces pertes sont acceptables vu le couple de 25.4 Nm fourni à la sortie du réducteur malgré les pertes.

#### v. CAO

Une fois le dimensionnement terminé, nous avons représenté le réducteur primaire grâce à la CAO.

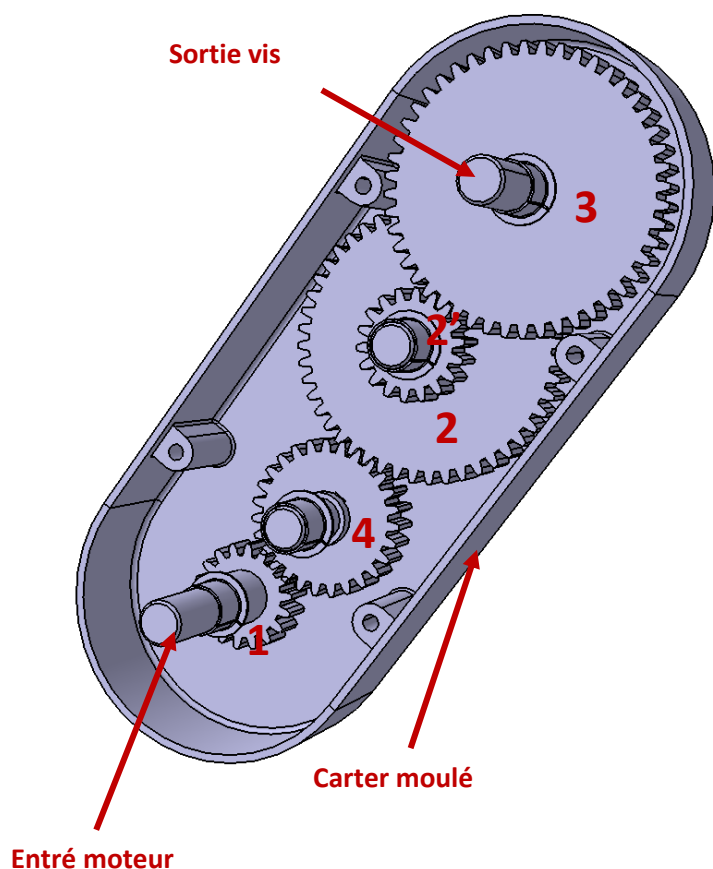


Figure 41 : vue globale du réducteur primaire

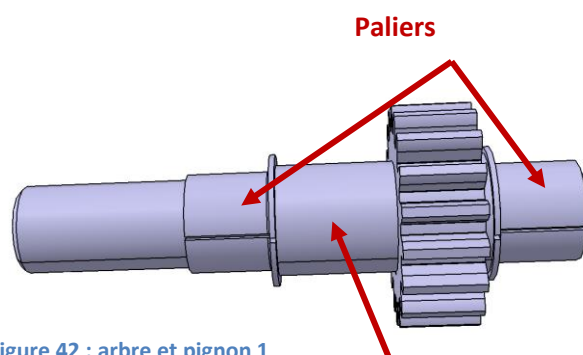


Figure 42 : arbre et pignon 1

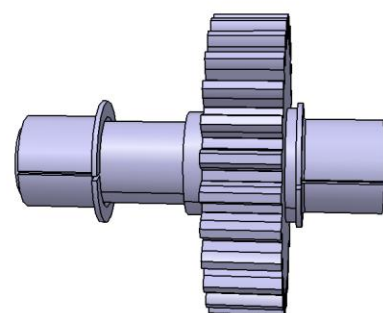


Figure 43 : arbre et pignon 4

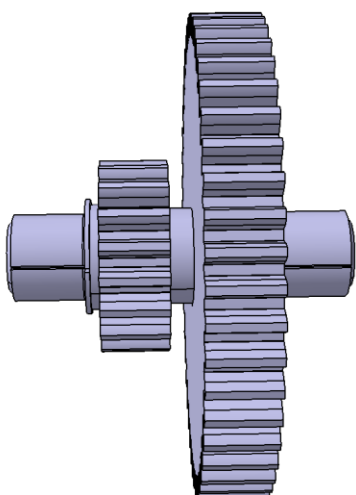


Figure 45 : arbre, pignons 2 et 2'

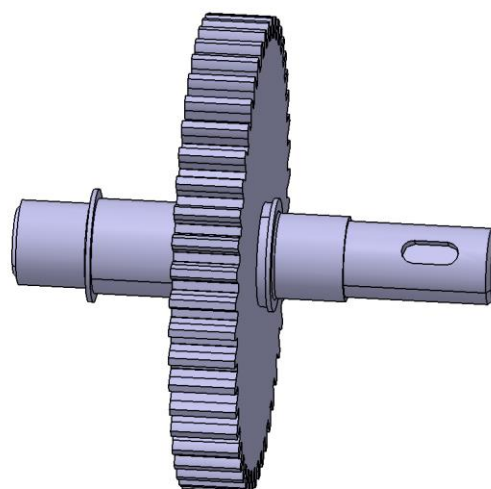


Figure 44 : arbre et pignon 3

## b. Réducteur secondaire

Sur le même principe que précédemment, nous avons cherché à dimensionner les paliers qui interviennent dans le train épicycloïdal.

Le porte satellite est guidé au milieu de l'arbre. Or il comporte un pignon double, il est donc soumis aux forces suivantes :

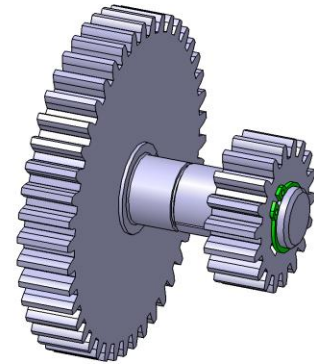
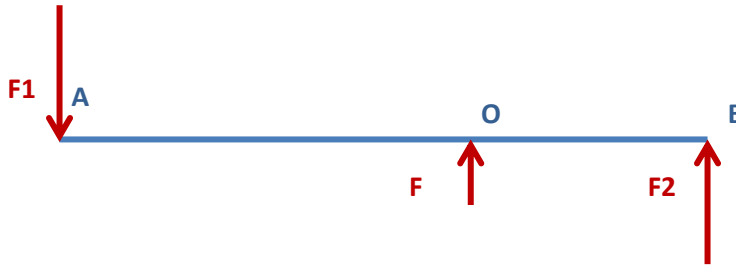


Figure 46 : pignon double de train épicycloïdal

On en déduit immédiatement que :

$$F = F2 - F1$$

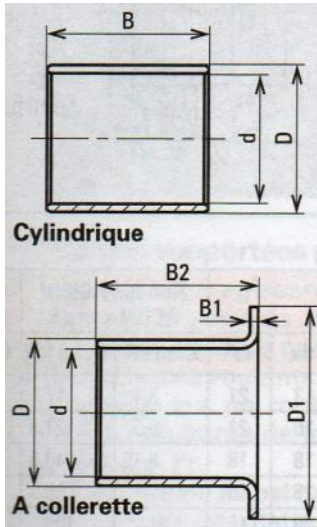
Pour éviter la déformation des arbres des portes satellites par flexion et torsion, nous avons choisi un diamètre **D=16mm**. Et comme précédemment, pour le calcul, nous nous sommes placés dans le cas de paliers lisses graissés à vie, et dont le coefficient de frottement  **$\mu$  vaut 0.1**.

Nous obtenons ainsi les résultats suivants :

Table 3 : Bilan dimensionnement réducteur secondaire

Dimensionnement réducteur secondaire		
Vitesse de rotation (tr/min)	178.47	
Vitesse linéaire (m/s)	0.15	
R pignon(mm)	86	36
Force N(N)	59.87	142.70
L palier minimum (mm)	0.43	
couple perdu au frottement (Nm)	0.27	

On peut remarquer que la longueur minimale du palier est très faible, ce qui est dû aux deux forces auxquelles est soumis l'arbre qui se compensent et à la faible vitesse de rotation. Pour le diamètre de 16mm, nous utiliserons donc le plus petit palier normalisé de longueur **L=12mm**.



d	6	8	10	12	14	15	16	18	20	25	30	35
D	8	10	12	14	16	17	18	20	23	28	34	39
B	6 8 10	8 10 12	8 10 15 20	12 15 20 25	12 15 20 25	12 15 20 25	12 15 20 25	15 20 25 30	15 20 25 30	15 20 25 30	20 25 30 40	30 35 40 50
D1	12	15	18	20	22	23	24	26	30	35	42	47
B1	1	1	1	1	1	1	1	1	1,5	1,5	2	2
B2	4 8	5,5 7,5 9,5	9 12 17	9 12 15 17	12 17 17	9 12 17	12 17 22	12 17 22	11,5 15 16,5 21,5	11,5 16,5 20,5	16 26	16 26

Les coussinets cylindriques existent jusqu'au diamètre d = 300 mm.

Un seul palier n'est pas suffisant pour assurer un guidage correct du satellite. En effet,  $L/D = 0.75 < 0.8$ . Nous avons donc ajouté un deuxième palier pour se placer dans le cas d'un centrage long.

Du fait de la présence de 4 satellites, la perte totale par frottement sera de **1.09 Nm**. Ces pertes nous semblent acceptables vis-à-vis du couple généré sur la vis de 55.4 Nm.

## Changement de vitesse

### V. Phase de fendage

La phase de fendage est elle-même constituée de deux phases : l'une où la butée avance rapidement et une seconde où la butée avance lentement. La première phase s'exécute lorsqu'il n'y a qu'une faible force qui s'exerce sur la butée alors que la deuxième permet d'atteindre une force importante de fendage. Ce changement de vitesse permet d'avoir un gain de temps.

#### a. Vitesse rapide

Lors de l'avance rapide, le moteur entraîne la grande roue dentée (51) par l'intermédiaire du pignon moteur (34). La grande roue dentée (51) est encastrée à la couronne (50) du train épicycloïdal par l'intermédiaire de pions (27). La couronne (50) est liée à l'arbre de transmission (48) par l'intermédiaire d'un limiteur de couple (33). Lorsque la butée mobile (23) translate de manière libre (sans résistance due à une bûche par exemple) le couple appliqué à la vis est faible, le limiteur de couple (33) transmet donc le couple de la couronne à la vis. Le porte-satellite (57) qui tourne lui aussi, n'influence pas la transmission effectuée par le limiteur de couple (33) du fait de la roue libre (41).

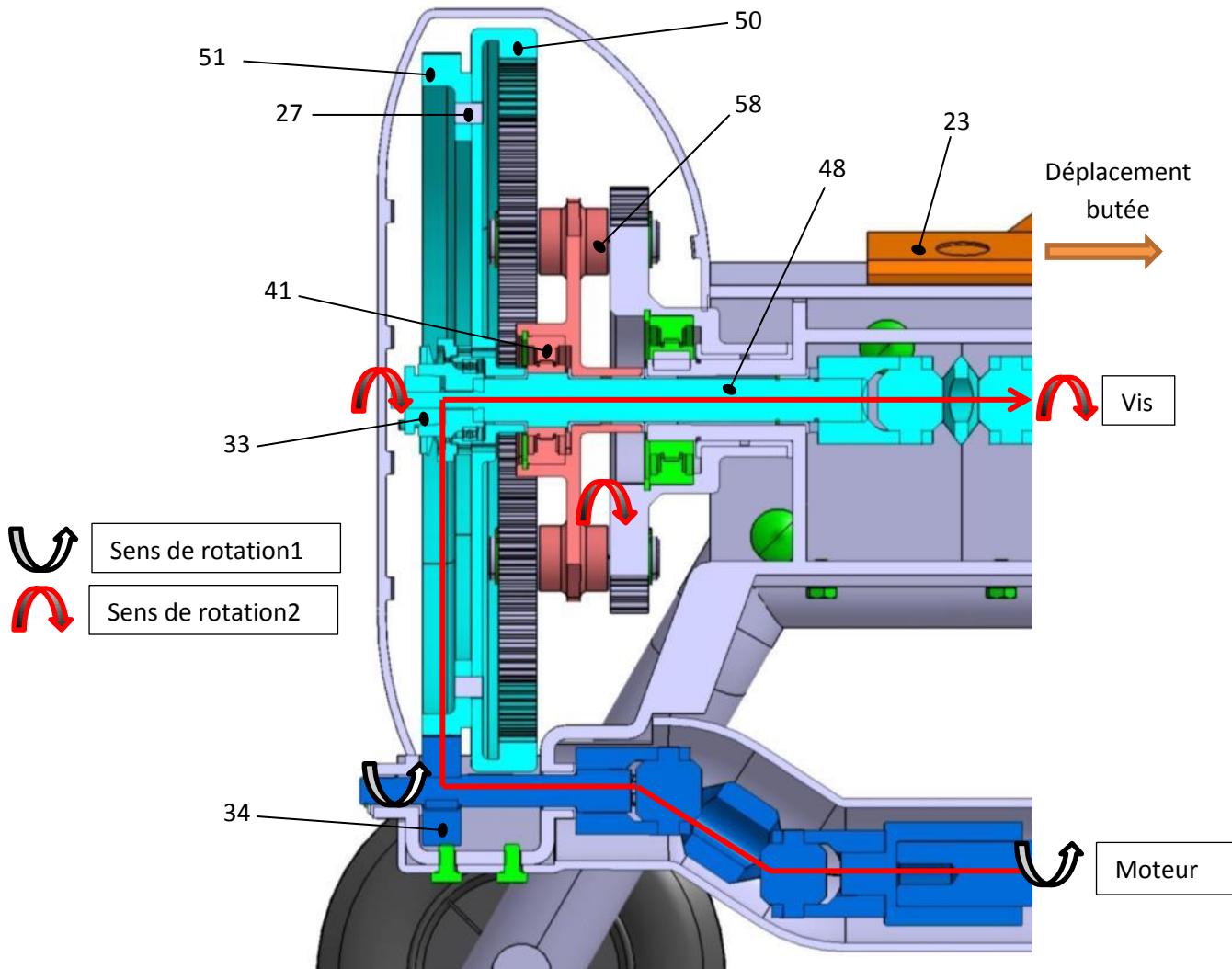


Figure 47: Transmission du mouvement - Vitesse rapide

### b. Vitesse lente

Lorsque la force appliquée sur la butée mobile (23) est importante (lors du fendage), le limiteur de couple (33) n'arrive plus à transmettre le couple à la vis. Cette fois ci le couple est transmis par le porte-satellite (57), car la roue libre (41) est bloquée dans cette configuration. Le train épicycloïdal permet de diviser la vitesse de rotation de l'arbre (48) par deux comme défini dans le cahier des charges. Cette réduction permet d'augmenter le couple exercé sur la vis et donc la force de fendage.



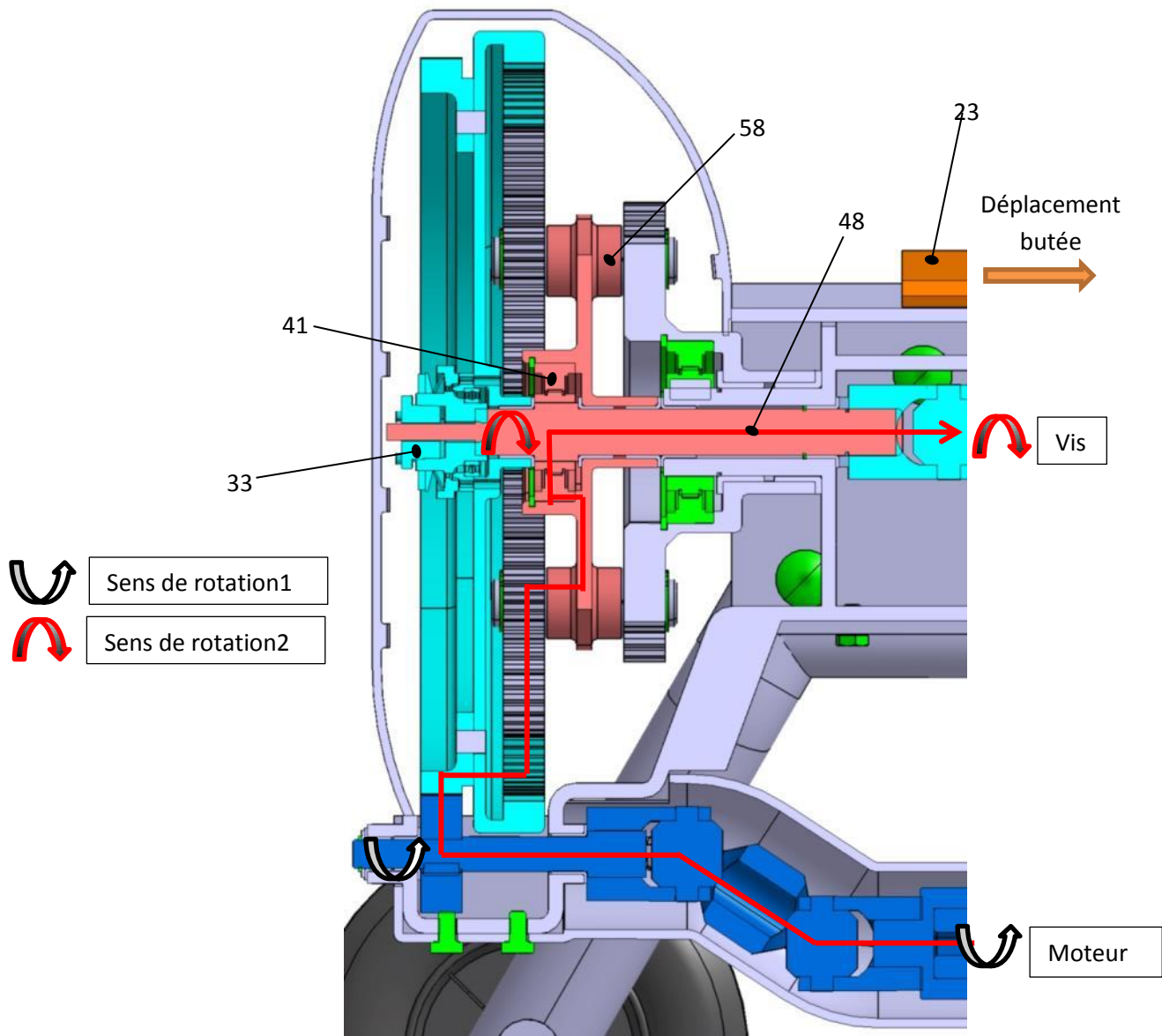


Figure 48: Transmission du mouvement - Vitesse lente

## VI. Phase de retour de la butée

Lors du retour, la butée (23) est uniquement soumise aux forces de frottement, le limiteur de couple (33) est donc suffisant pour transmettre le couple nécessaire au retour, qui se fait donc à grande vitesse. Durant la phase de retour l'ensemble du train épicycloïdal est mis en mouvement par la roue libre (41) qui est bloquée. La roue libre (45) permet à la roue dentée (49) de tourner librement, le mouvement du train épicycloïdal n'influence donc pas la rotation de la vis.

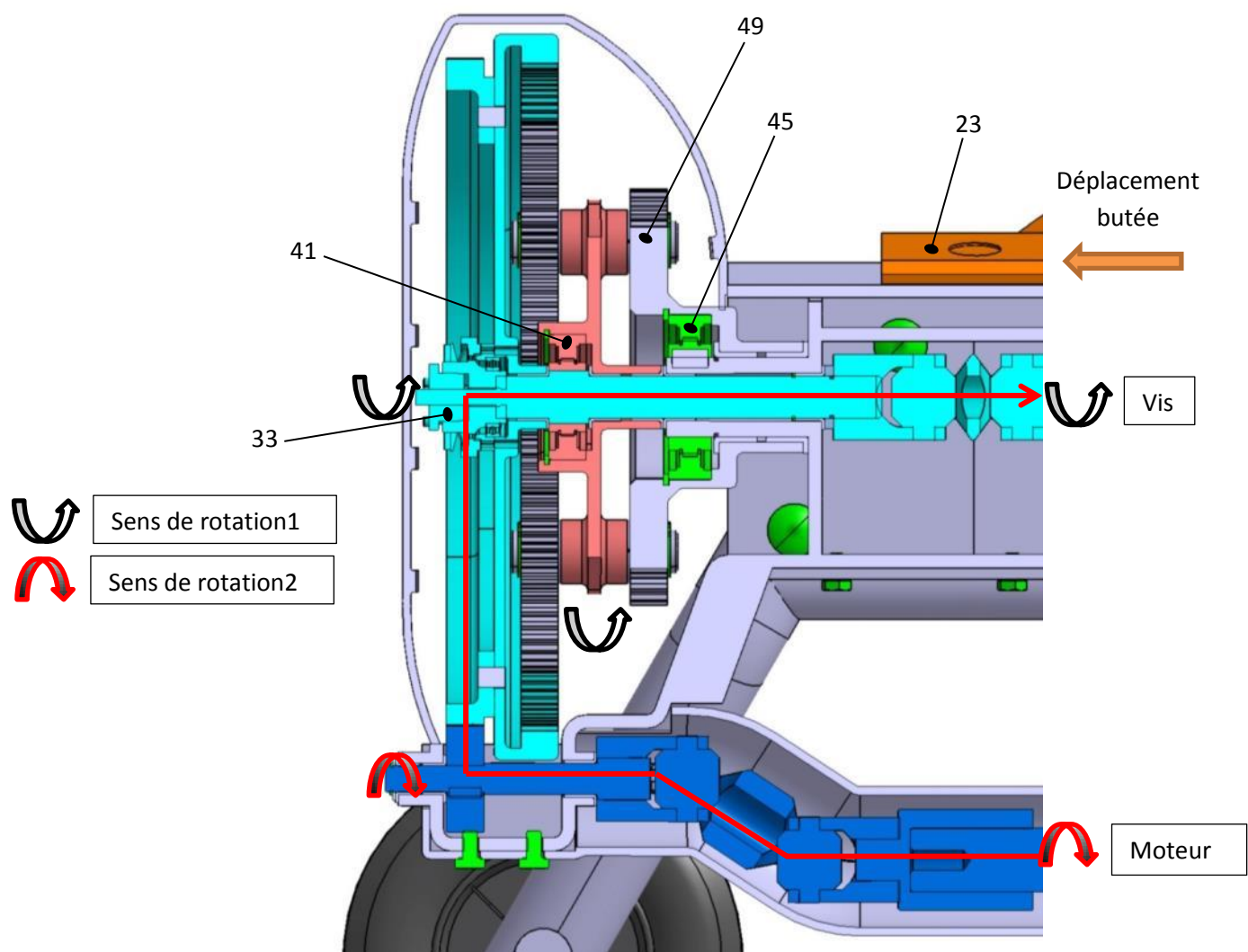


Figure 49: Transmission du mouvement - Retour

## VII. Schémas cinématiques

### a. Vitesse rapide et retour

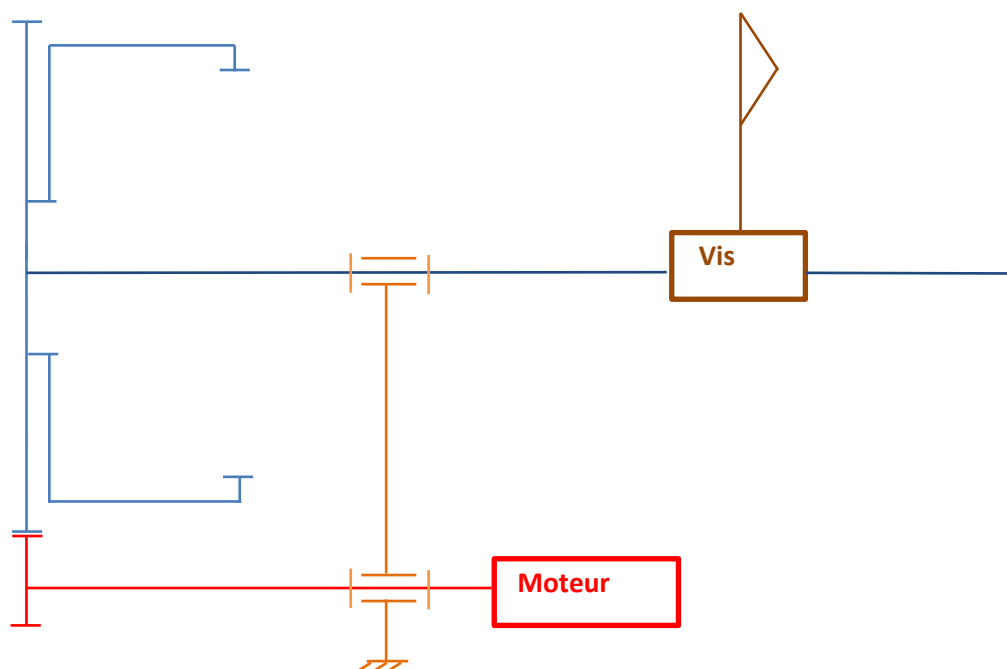


Figure 50: schéma cinématique vitesse rapide et retour

### b. Vitesse lente

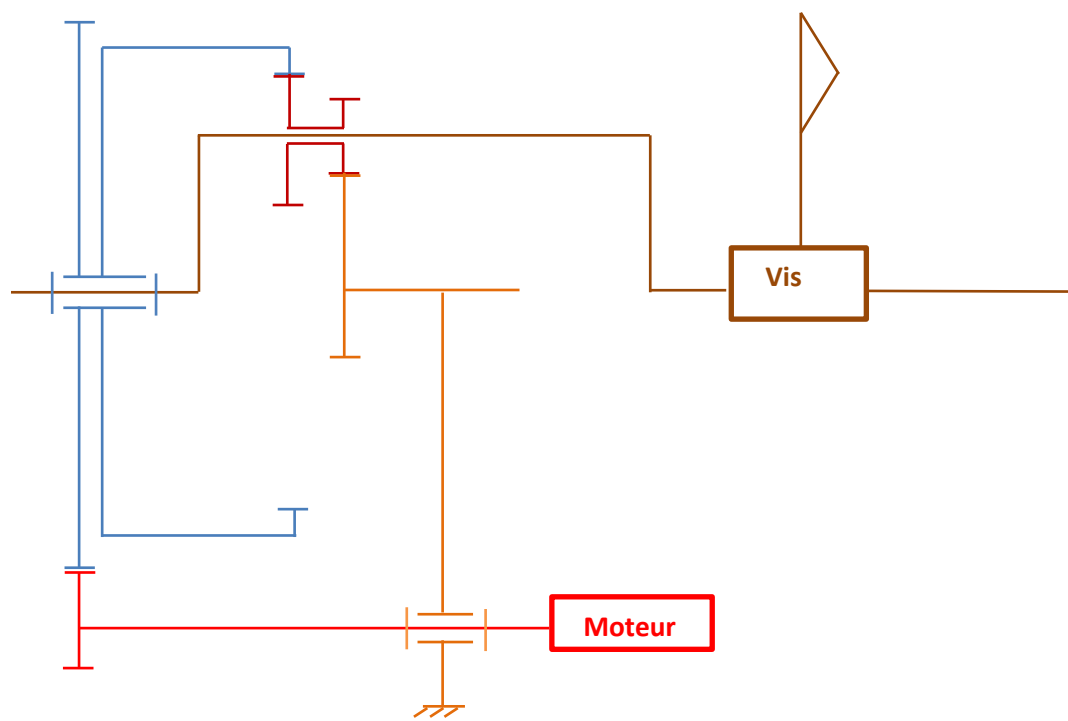


Figure 51: schéma cinématique vitesse lente



## VIII. Choix des composants

### a. Arbre de transmission (48)

Nous avons vu précédemment dans les calculs de dimensionnement de la vis quel diamètre doit avoir une tige soumise aux efforts engendrés par le fendage. On peut considérer que le couple appliqué sur l'arbre de transmission est le même que celui appliqué sur la vis, car le couple résistant des paliers est négligeable par rapport au couple de transmission.

Dans les tables de calculs effectuées pour la vis, nous avons un diamètre minimum de tige compris entre 10mm et 12mm pour des tiges d'une longueur comprise entre 500 mm et 900 mm. Vu que notre tige est un peu plus courte, le diamètre minimum imposé par la torsion est légèrement inférieure à 10mm. Nous avons donc appliqué un coefficient de sécurité à cette valeur et nous obtenons donc un diamètre de tige de 16 mm.

### b. Roue libre (45)

Cette roue libre doit résister au couple d'entraînement de la vis qui a une valeur maximale d'environ 30 Nm. Pour avoir une roue libre compacte et capable d'encaisser un tel couple, nous avons choisi une roue libre à rouleaux. Nous avons choisi le modèle A6-01-20 du fournisseur Michaud Chailly, car il assure sa résistance à un couple de 31 Nm.

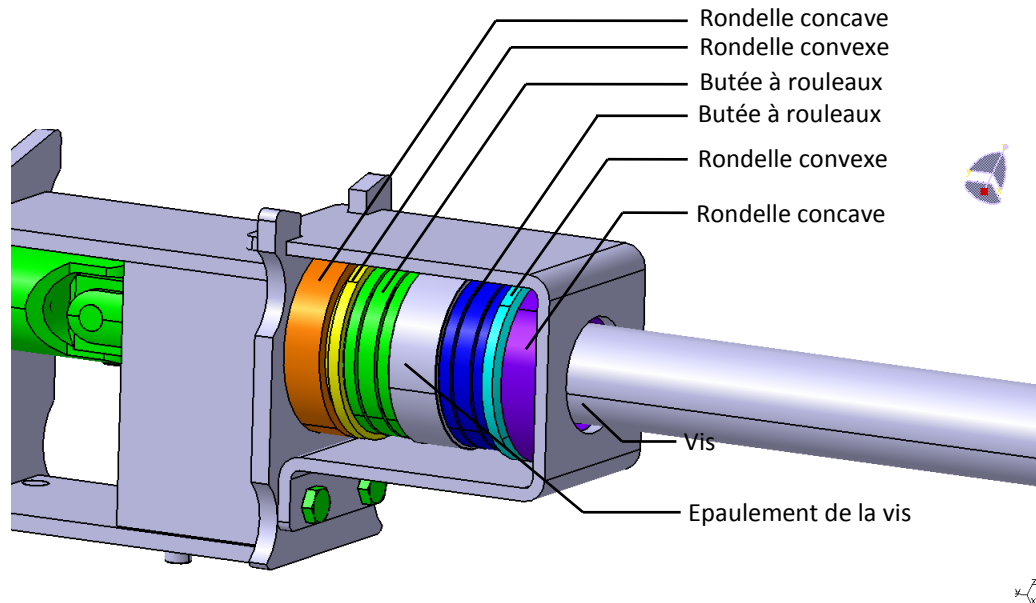
### c. Roue libre (41)

Cette roue libre doit résister à un couple relativement faible de 4 Nm. Malgré ce faible couple, nous avons dû prendre une roue libre de grande dimension pour des raisons géométriques telles le diamètre de l'arbre d'entraînement ou la profondeur de la rainure de clavette.

### d. Butée a rouleaux

Pour assurer l'arrêt axial de la vis, nous avons choisi d'utiliser des éléments roulants plutôt que de simples paliers. Un palier aurait été moins coûteux mais aurait été à l'origine de frottements importants dus à l'important effort axial exercé par la vis. Ceci aurait donc détérioré le rendement de la fendeuse. L'utilisation d'une butée à rouleau était particulièrement importante pour l'effort axial du au fendage des bûches. Pour l'effort axial lié au retour de la butée la mise en place d'un palier aurait peut-être été plus judicieuse, mais ceci aurait eu d'autres conséquences sur notre système. En effet, si nous avions mis en place un palier, nous aurions dû utiliser un limiteur de couple pouvant transmettre un couple plus important et les pertes de rendements auraient donc été plus importantes durant la phase de fendage. L'effort axial s'élevant à 42750 N, nous avons choisi la butée à rouleau INA 81206TV, car celle-ci résiste à une charge axiale dynamique de 64000N tout en étant compacte. En effet, la taille de la butée joue aussi un rôle important, puisqu'elle devra être encastrée dans la poutre. La butée choisie a un bon rapport charge axiale supportée/dimension, c'est pourquoi nous l'avons choisie malgré que la charge axiale qu'elle supporte soit nettement supérieur à celle souhaitée.

La vis étant guidée par l'écrou de la butée mobile, celle-ci doit pouvoir rotuler et translater verticalement sur le bâti contre lequel elle vient s'appuyer. Pour ce faire, nous avons mis en place des rondelles à contact sphérique, qui peuvent glisser sur le bâti. Dans un premier temps nous avons prévu de remplacer l'ensemble du montage butée à rouleaux/rondelles par une butée à rotule sur rouleaux dans l'optique de simplifier le système. Ceci a été impossible, car ce type de butée n'existe que pour des arbres de grande dimension.



# Choix des renforts du coin

## (optimisation)

### I. Exemples de renforts

Dans un premier temps, nous avons recherché quelques exemples de renforcement du coin sur des produits concurrentiels existants sur le marché. La Figure 52 ci-dessous montre un coin sur lequel on peut voir 3 ailettes de renfort disposées horizontalement et réparties sur la hauteur. De plus, trois ailettes supplémentaires sont ajoutées verticalement.

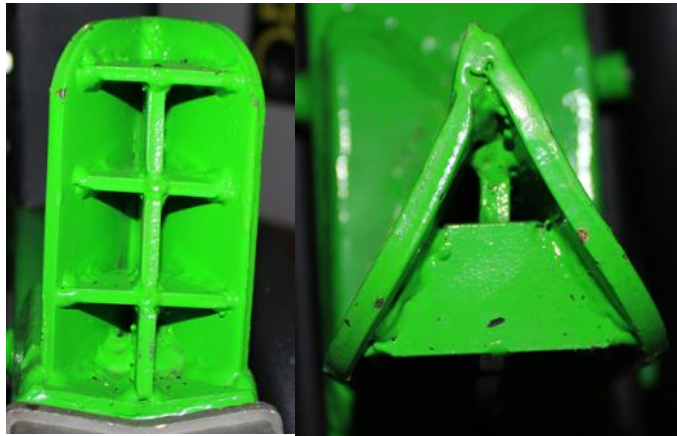


Figure 52: Renforts du coin (exemple 1)

Remarques : On remarque qu'en termes de production, le soudage de ces ailettes (6 au total) est une opération pénible et il est à se demander si ceci est réellement nécessaire. Il peut en effet être intéressant de se demander si les ailettes horizontales peuvent suffire à supporter la charge.

Sur la Figure 53 on peut voir un autre type de renforcement du coin, à savoir trois ailettes horizontales. En termes de production, ceci semble nettement plus optimisé et efficace. Toutefois, la partie inférieure du coin étant soudée à une plaque (elle-même soudée au bâti), il est à se demander si l'ailette de renfort inférieure est réellement nécessaire.



Figure 53: Renforts du coin (exemple 2)

## II. Représentation des efforts exercés sur le coin

Dans un premier temps, nous avons réalisé un modèle CAO du coin (dimensions et géométrie similaire à ce qui se fait habituellement) en adoptant une configuration à 3 ailettes horizontales (Figure 54). Ce modèle nous permettra par la suite de tester de manière simple et rapide différentes configurations de renforts.

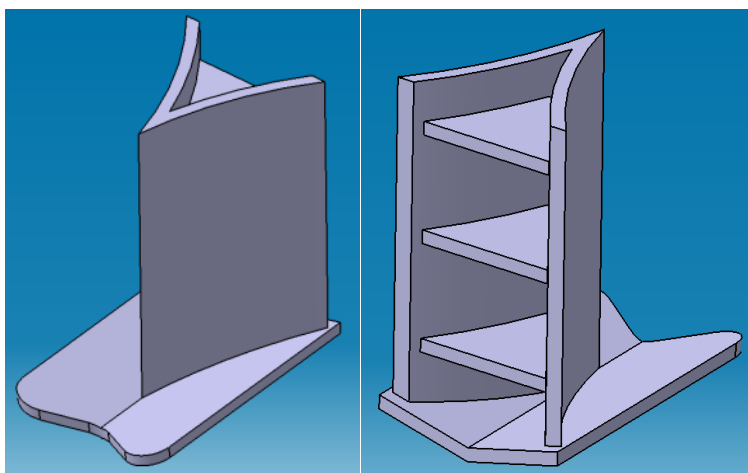


Figure 54: 1ère représentation CAO du coin

À l'aide de cette représentation, nous avons déterminé analytiquement les efforts exercés sur le coin. Pour ce faire, nous avons approximé l'arrondi de la forme en V et mesuré l'angle sur le modèle CAO.

Dans le cas le plus défavorable, c'est-à-dire juste avant que la bûche se fende, c'est un effort correspondant à 4 tonnes qui est appliqué sur l'avant du coin. Ensuite, pendant l'opération de fendage

de la bûche, les deux parties fendues de la bûches exercent un effort de part et d'autre du coin (voir Figure 55); cet effort peut correspondre au maximum aux 4 tonnes (cas le plus défavorable).

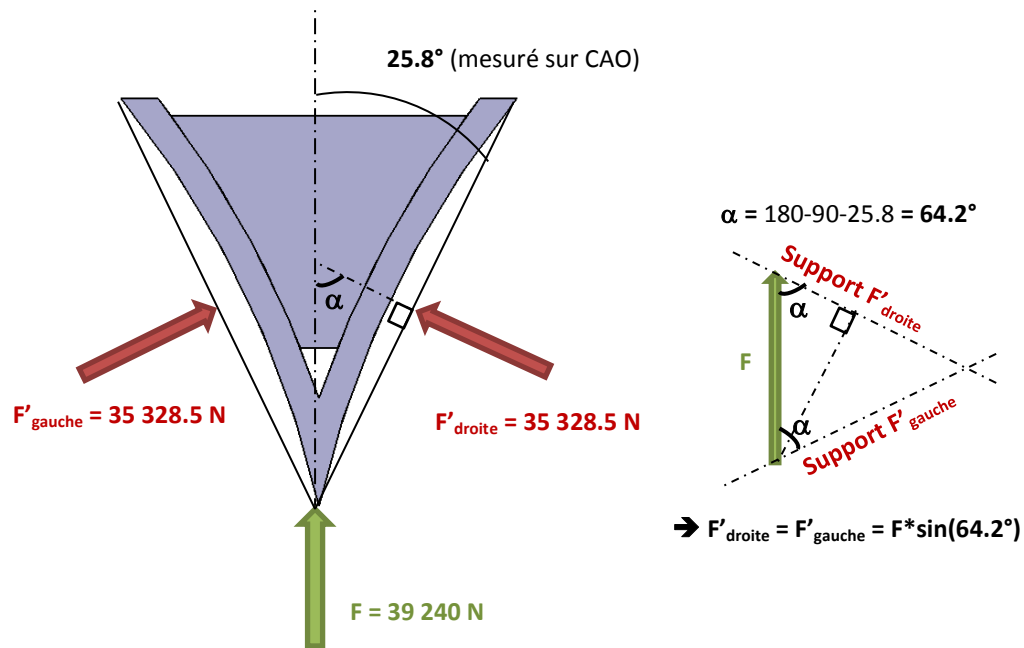


Figure 55: Représentation des efforts exercés sur le coin

### III. Simulation numérique (optimisation)

Une fois les efforts exercés sur le coin déterminés, nous avons effectué des simulations numériques afin de voir le comportement du coin en charge avec différentes cas de renforcement.

Pour chaque configuration, nous avons calculé les déformations, contraintes et déplacements provoqués par la charge F axiale ainsi que par les charges F' latérales.

Ces différentes simulations numériques ont été réalisées sous ANSYS V14 plutôt qu'avec l'outil de calcul de CATIA V5, car l'exploitation des résultats est plus agréable et plus parlante.

Le matériau appliqué est de l'acier standard dans tous les cas.

#### Cas 1 : 3 ailettes horizontales

Le premier cas que nous avons étudié est celui avec 3 ailettes horizontales (voir Figure 54).

- **Effort axial**

Pour chaque cas, nous avons défini l'encastrement en définissant les 2 faces inférieures de la plaque soudée au coin comme support fixe (A sur la Figure 56). L'effort axial de 39 420 N (4 tonnes) a été appliqué sur une ligne (B sur Figure 56).

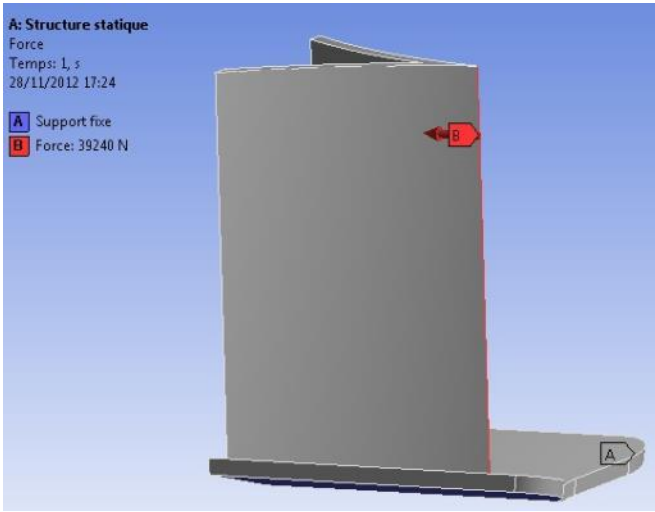


Figure 56: Définition de l'encastrement et de l'effort axial

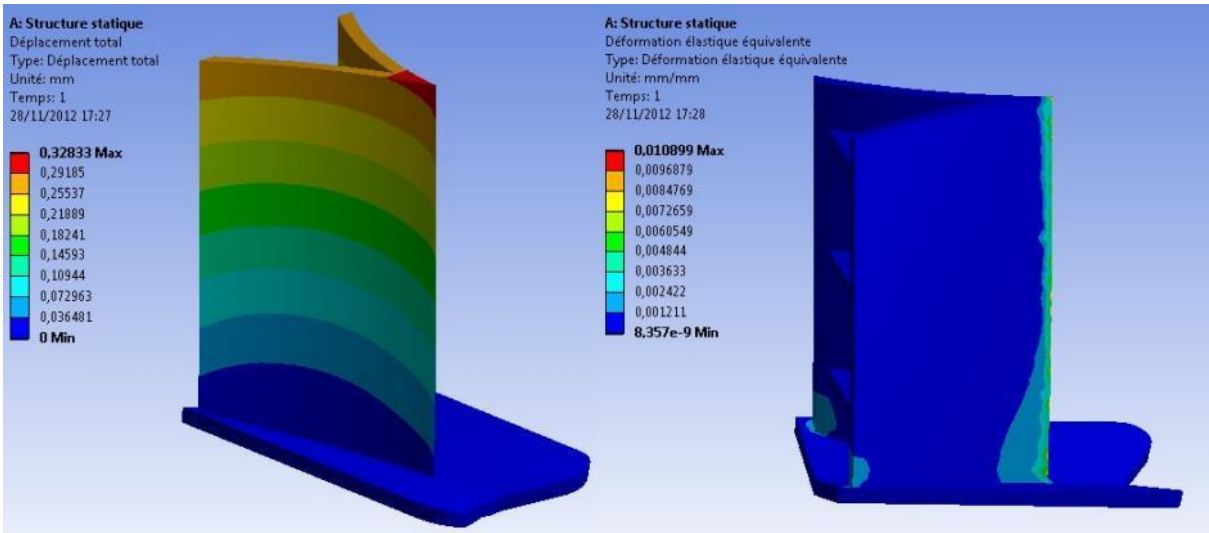


Figure 57: 3 ailettes - F axial - Déplacement et déformation élastique

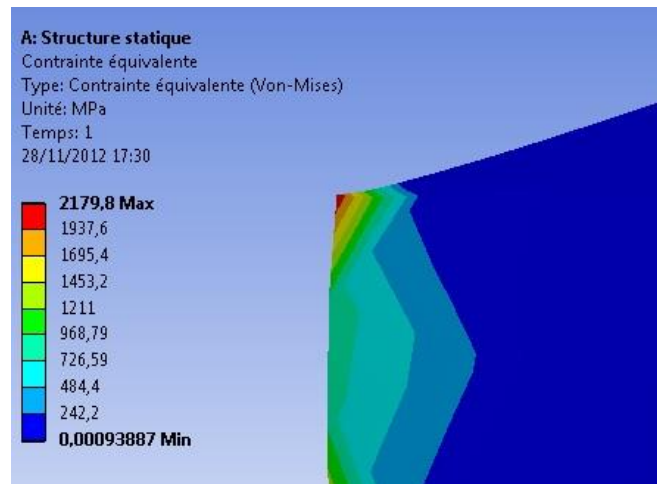


Figure 58: 3 ailettes - F axial - Contrainte équivalente

- **Efforts latéraux**

Ensuite, pour chacun des cas, nous avons également défini l'encastrement ainsi que les deux efforts latéraux de 35 328 N, qui ont été appliqués chacun sur une surface du coin (B et C sur Figure 59).

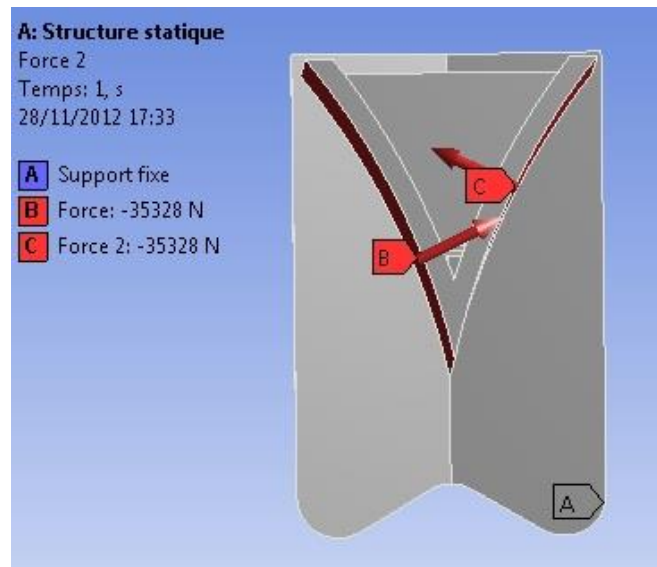


Figure 59: Définition de l'encastrement et des efforts latéraux

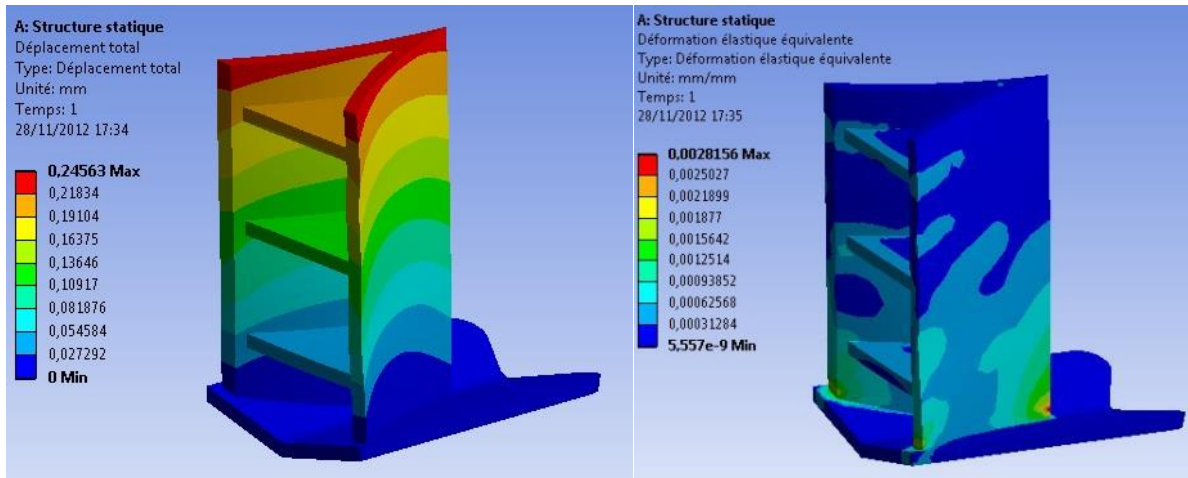


Figure 60: 3 ailettes - F latéral - déplacement et déformation

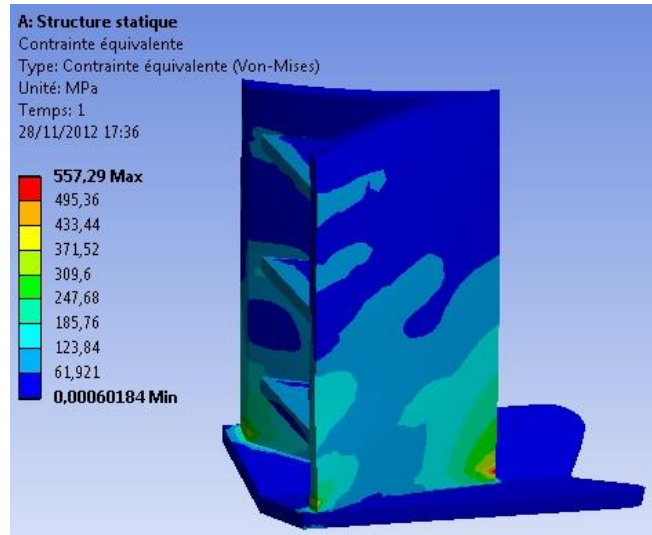


Figure 61: 3 ailettes - F latéral – Contrainte

- **Analyse des résultats**

Pour l'effort axial, on constate que les déformations sont principalement localisées sur la ligne tranchante à l'avant du coin, avec une valeur maximale de l'ordre de 1mm/mm soit 1%, ce qui est très faible. Il en est de même pour la répartition des contraintes, avec un maximum de 2180 MPa au niveau de la pointe haute du coin. De manière générale, les valeurs de contraintes sur la ligne tranchante sont supérieures à la limite élastique de l'acier (235 MPa pour un acier S235 par exemple). Ceci s'explique par le fait que la ligne tranchante du modèle CAO est parfaite, ce qui n'est pas le cas en réalité (soudage et meulage). On peut donc interpréter ces contraintes élevées comme du matage lors du la première utilisation.



Pour les efforts latéraux, on obtient une valeur maximale de 0.28% pour la déformation et 557 MPa pour la contrainte. Ces valeurs correspondent à une zone très petite située sur la partie inférieure de la ligne tranchante, ce qui n'est donc pas un problème.

## Cas 2 : 2 ailettes horizontales (milieu et haut)

- Effort axial

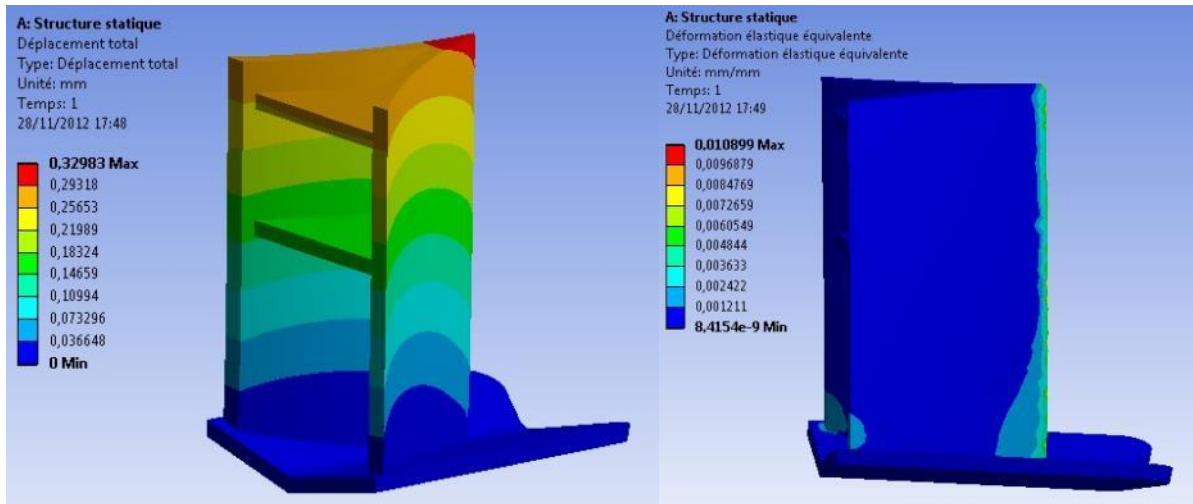


Figure 62: 2 ailettes haut - F axial - Déplacement et déformation

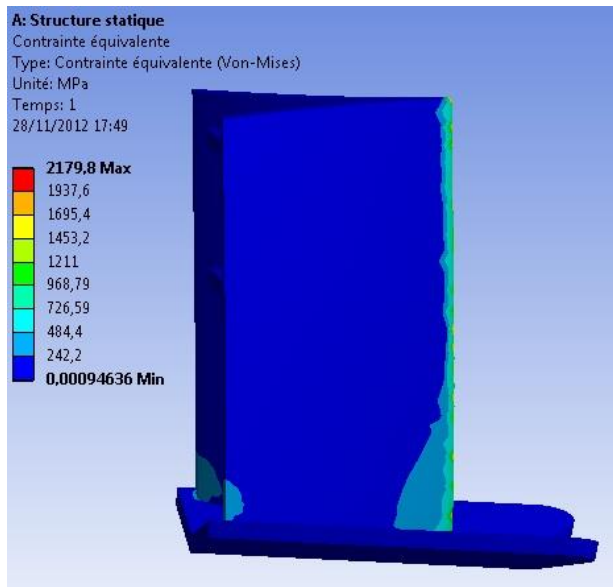


Figure 63: 2 ailettes haut - F axial – Contrainte

- Efforts latéraux

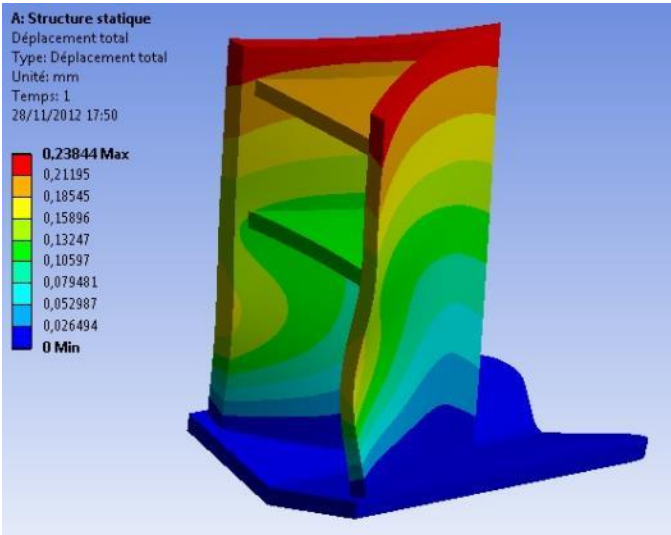


Figure 64: 2 ailettes haut - F latéral - Déplacement

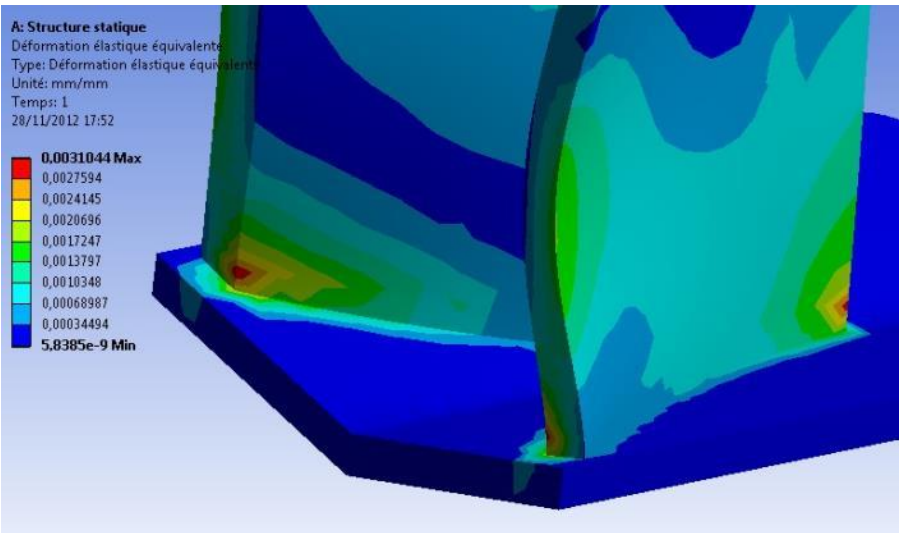


Figure 65: 2 ailettes haut - F latéral - Déformation

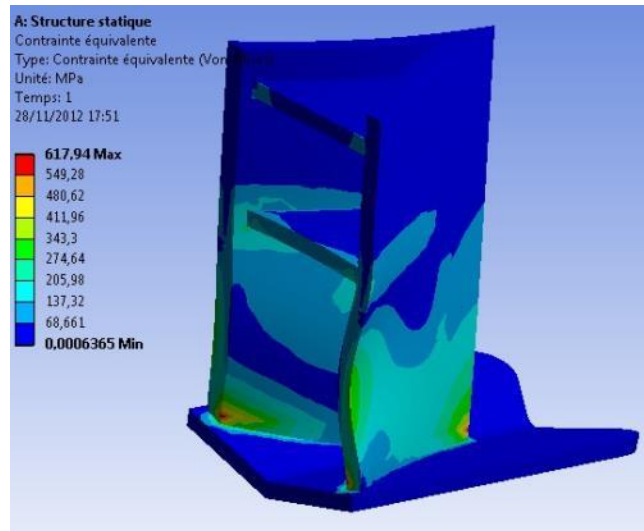


Figure 66: 2 ailettes haut - F latéral – Contrainte

- **Analyse des résultats**

Pour l'effort axial, on obtient les mêmes résultats que pour le cas 1 (3 ailettes) en termes de déformation et de contraintes. On peut donc dire que l'ailette inférieure n'est pas nécessaire (pour l'effort axial du moins).

Pour les efforts latéraux, les valeurs maximales sont du même ordre de grandeur que précédemment, mais on voit apparaître des zones de déformation maximale (0.3%) à l'arrière du coin, et surtout de contrainte maximale (617 MPa), ce qui risque de créer des points de fissures. Néanmoins, l'utilité de l'ailette inférieure reste très faible, car la simulation pour l'effort latéral correspond au cas théoriquement le plus défavorable (ne sera pas atteint en réalité).

Cas 3 : 2 ailettes horizontales (milieu et bas)

- Effort axial

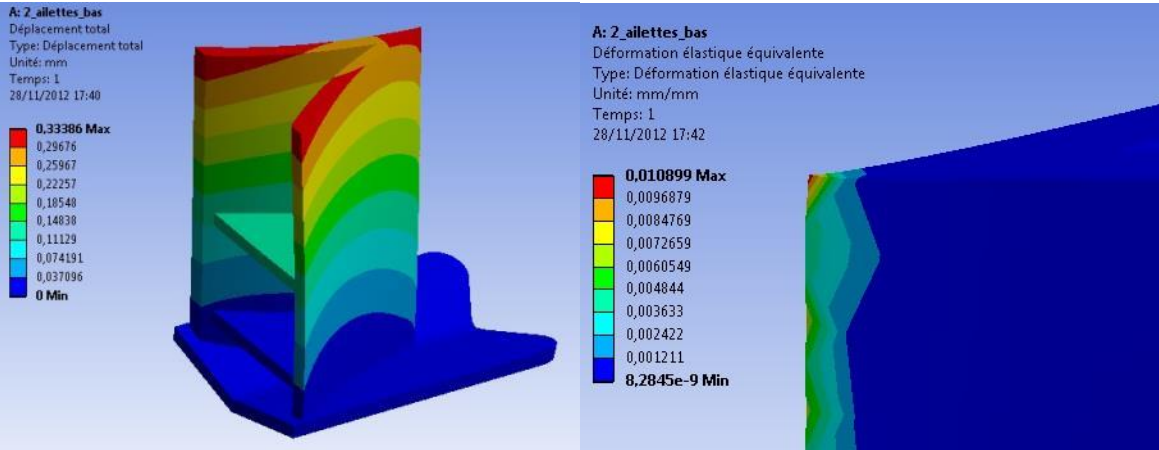


Figure 67: 2 ailettes bas - F axial - Déplacement et déformation

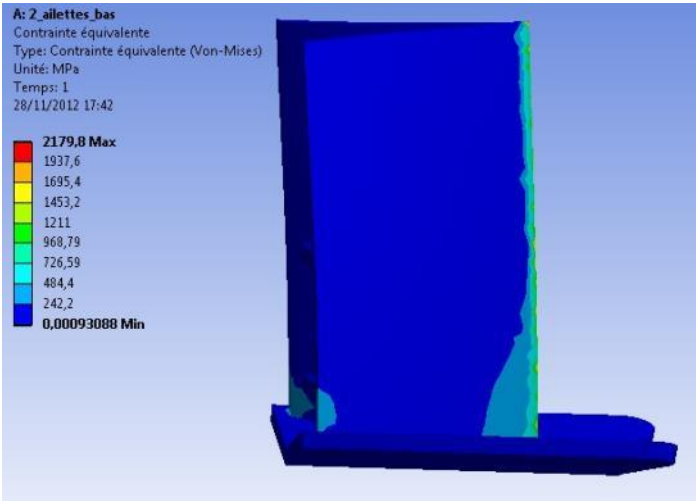


Figure 68: 2 ailettes bas - F axial – Contrainte

- **Efforts latéraux**

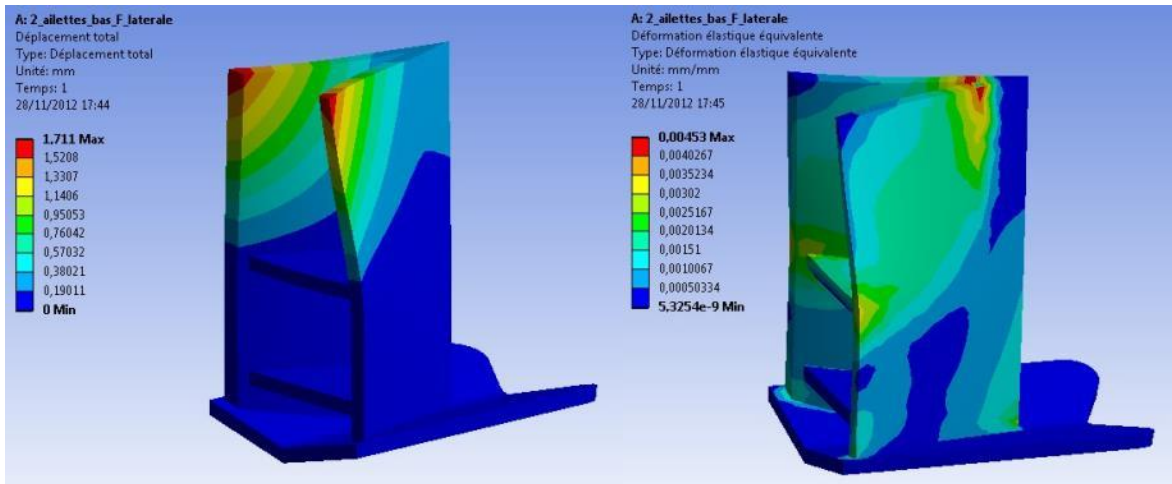


Figure 69: 2 ailettes bas - F latéral - Déplacement et déformation

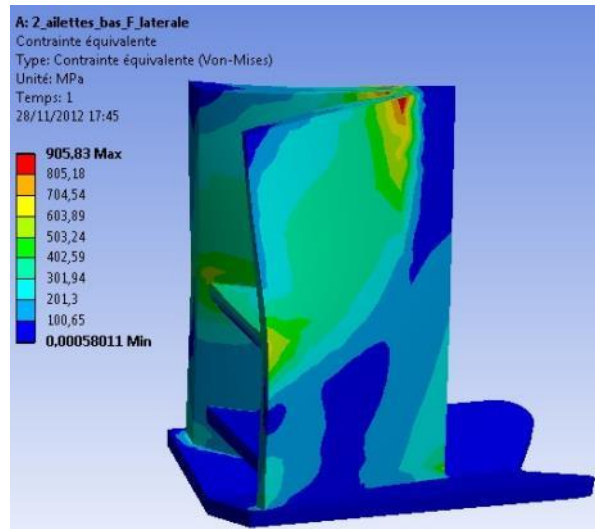


Figure 70: 2 ailettes bas - F latéral – Contrainte

- **Analyse des résultats**

Pour l'effort axial, le fait de supprimer l'ailette supérieure n'a pas de conséquences importantes ; on obtient les mêmes résultats que précédemment.

Pour l'effort latéral en revanche on voit apparaître deux zones de déformations maximales (0.45%) sur la partie supérieure du coin et des contraintes maximales de 906 MPa (environ 4 fois supérieures à la limite élastique d'un acier S235). Cette valeur est plus importante que pour le cas précédent (ailette inférieure supprimée) et risque de créer des fissures.

De plus, le déplacement total généré par les efforts latéraux atteint 1.7mm aux extrémités hautes arrières du coin, ce qui n'est pas négligeable.

Ces résultats prouvent que si l'on opte pour des ailettes disposées horizontalement, il serait donc préférable de garder l'ailette supérieure.

#### Cas 4 : 2 ailettes horizontales (bas et haut)

- **Effort axial**

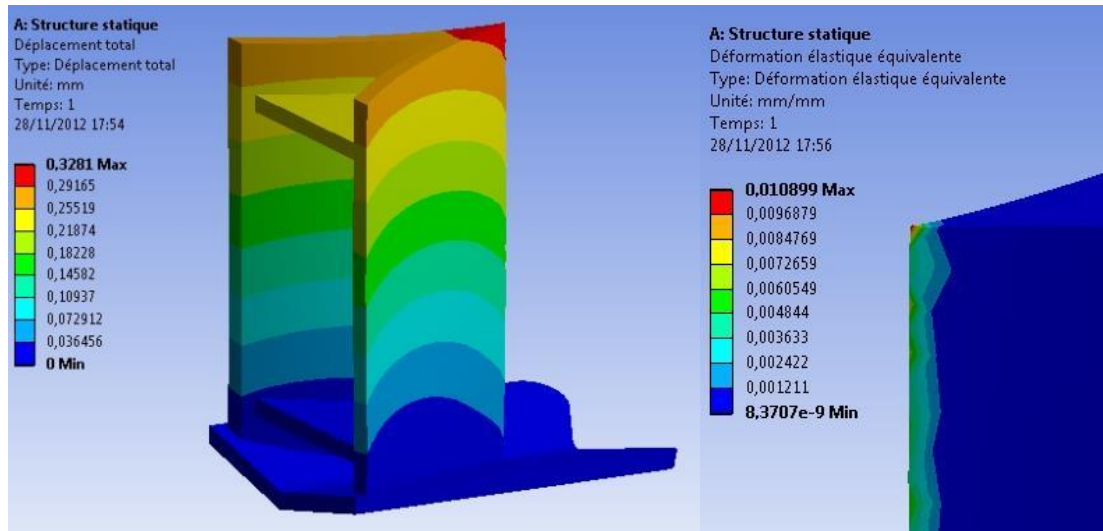


Figure 71: 2 ailettes (milieu supprimée) - F axial - Déplacement et déformation

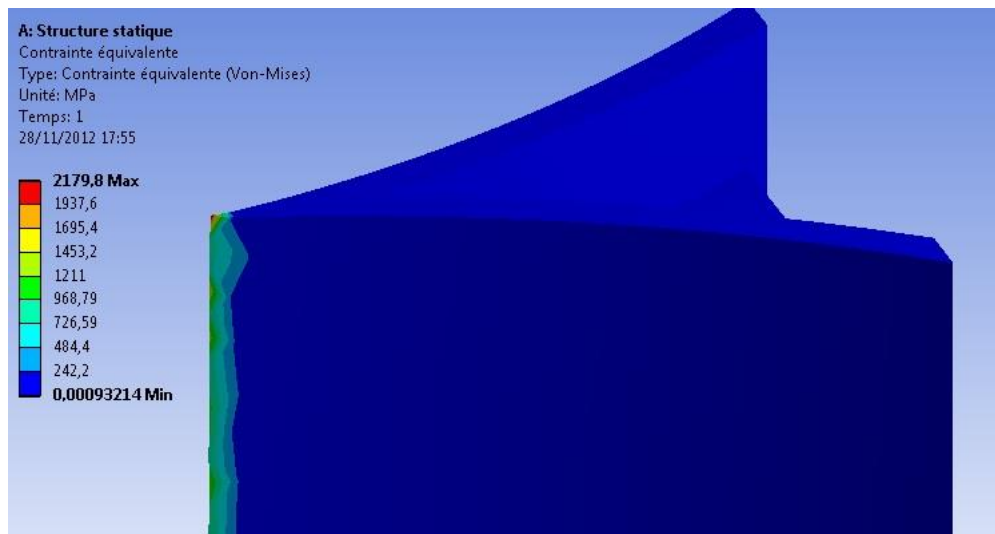


Figure 72: 2 ailettes (milieu supprimée) - F axial – Contrainte

- Efforts latéraux

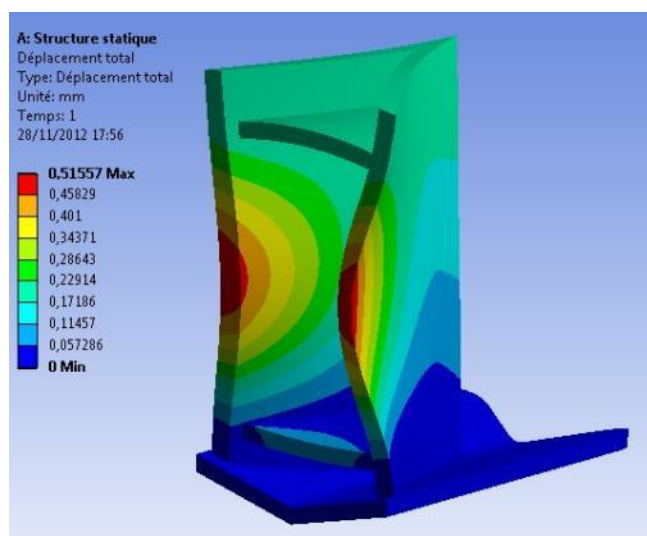


Figure 73: 2 ailettes (milieu supprimée) - F axial - Déplacement total

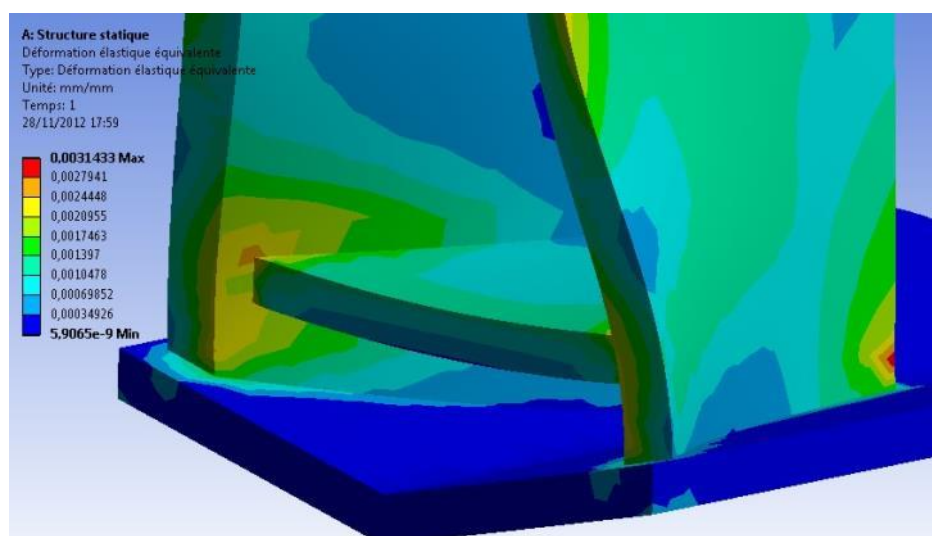


Figure 74: 2 ailettes (milieu supprimée) - F axial - Déformation



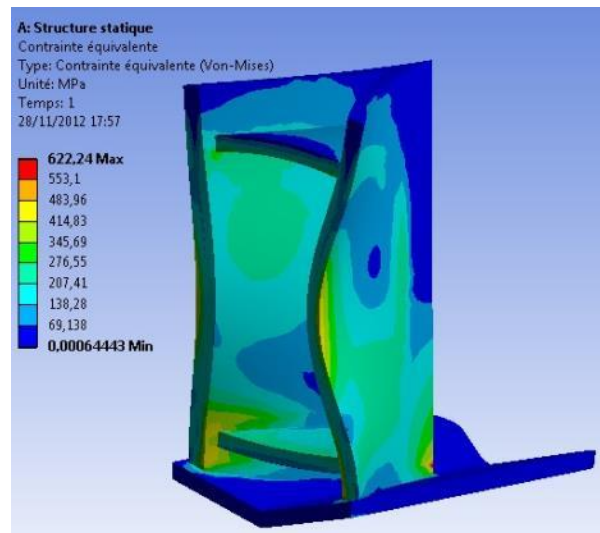


Figure 75: 2 ailettes (milieu supprimée) - F axial – Contrainte

- **Analyse des résultats**

Pour l'effort axial, supprimer l'ailette centrale n'a pas de conséquences importantes (résultats sensiblement identiques aux précédents).

Pour l'effort latéral, les déformations restent faibles (0.3% au maximum) ; la contrainte atteint une valeur maximale de 622 MPa pour une zone très petite (partie basse de la ligne tranchante), ce qui correspond à du matage ponctuel. Mais à l'arrière du coin (au centre) on voit apparaître des contraintes allant jusqu'à 500 MPa.

Supprimer l'ailette centrale reviendrait donc à prendre un risque, en raison de cette contrainte maximale au centre du coin (à l'arrière).



Cas 5 : 2 ailettes horizontales réparties

- Effort axial

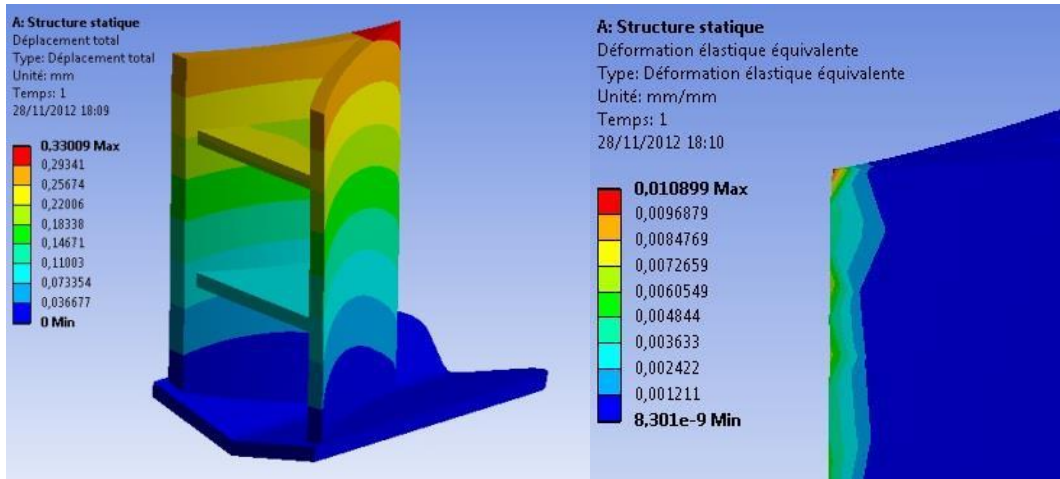


Figure 76: 2 ailettes réparties - F axial - Déplacement et déformation

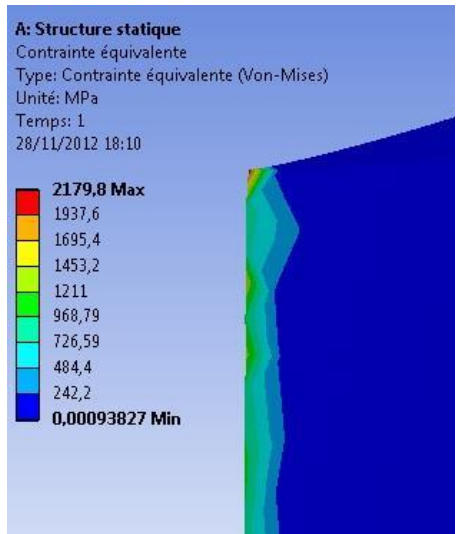


Figure 77: 2 ailettes réparties - F axial – contrainte

- **Efforts latéraux**

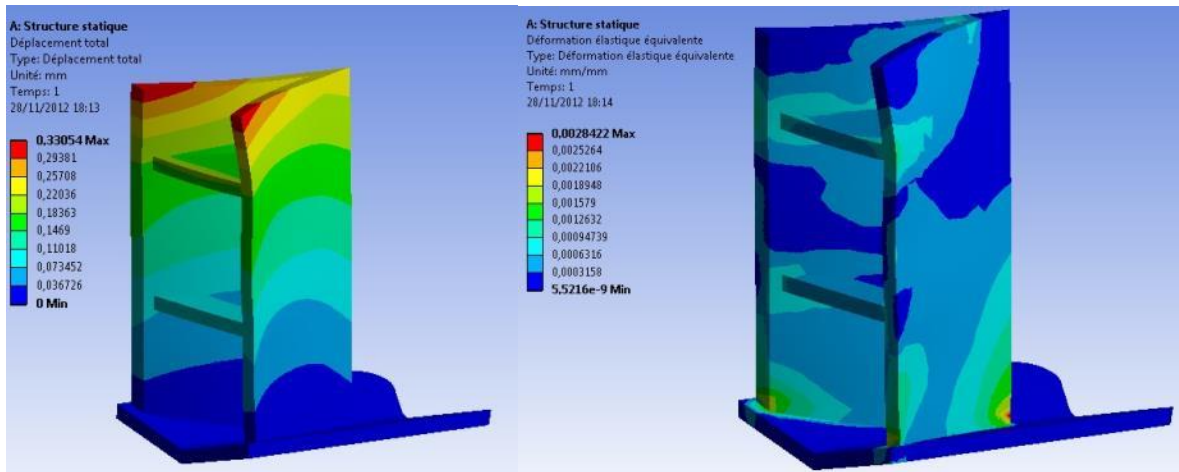


Figure 78: 2 ailettes réparties - F latéral - Déplacement et déformation

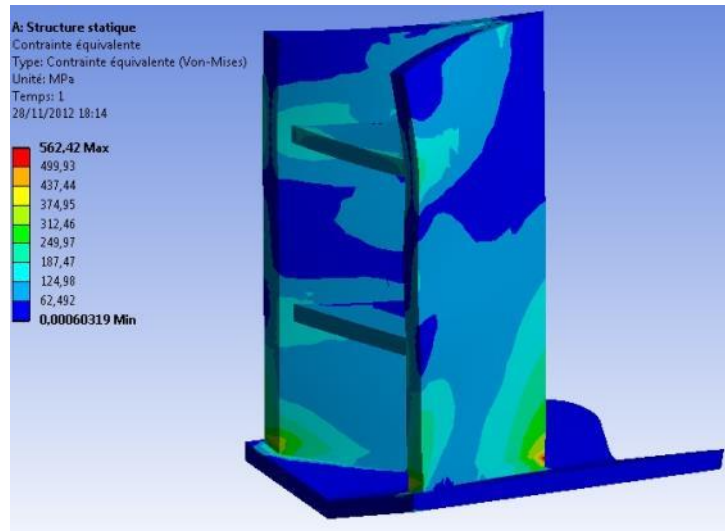


Figure 79: 2 ailettes réparties - F latéral – Contrainte

- **Analyse des résultats**

Pour l'effort axial, cette configuration nous donne les mêmes résultats que pour les autres.

Pour les efforts latéraux, on a comme précédemment un point où la déformation maximale atteint 0.28%, ce qui reste très faible, et la contrainte maximale correspondante est de 562 MPa. Ce point étant située sur la ligne tranche (partie basse), ceci correspond donc simplement à un risque de matage local, pour les raisons expliquées précédemment. On a également des contraintes pouvant atteindre 400 MPa à l'arrière du coin, mais sur des zones très petites.

Cette configuration semble donc intéressante également, d'après ces résultats.

Cas 6 : Une ailette transversale (sur toute la hauteur)

- Effort axial

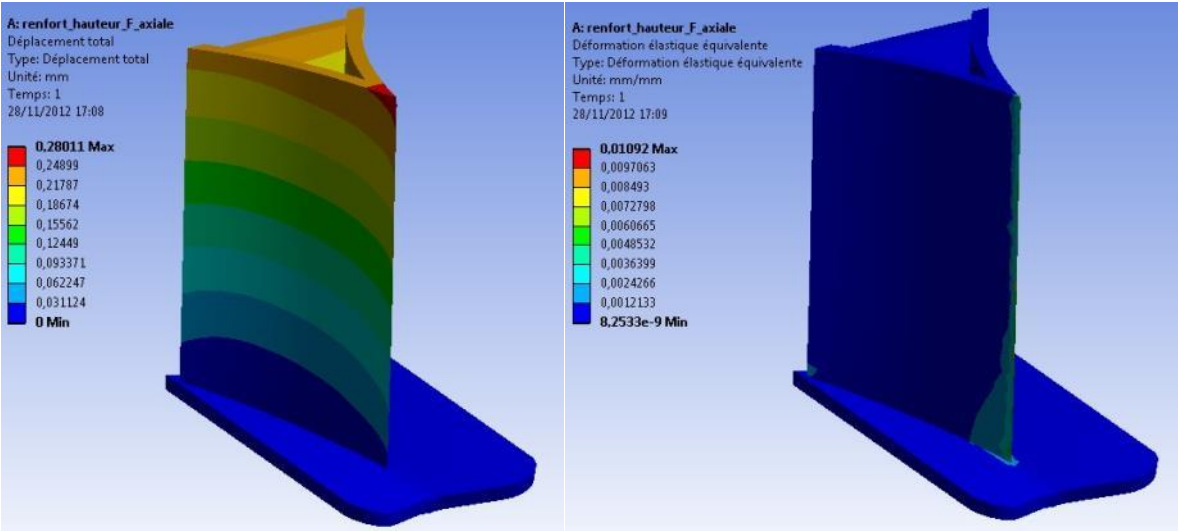


Figure 80: Ailette transversale - F axial - Déplacement et déformation

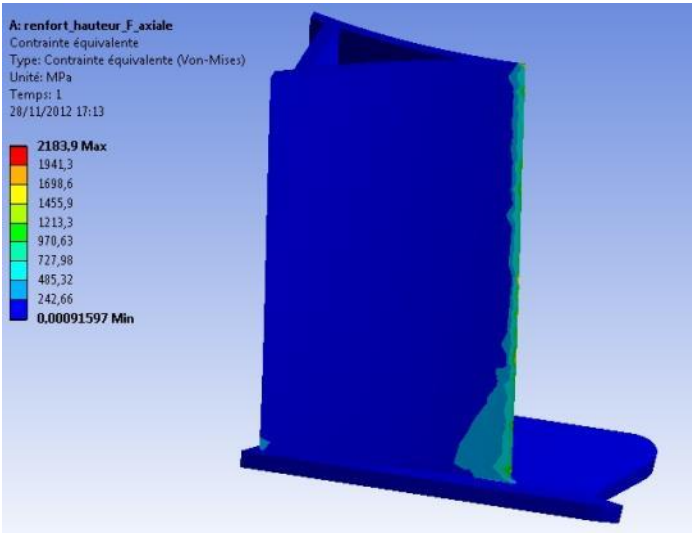


Figure 81: Ailette transversale - F axial - Contrainte

- **Efforts latéraux**

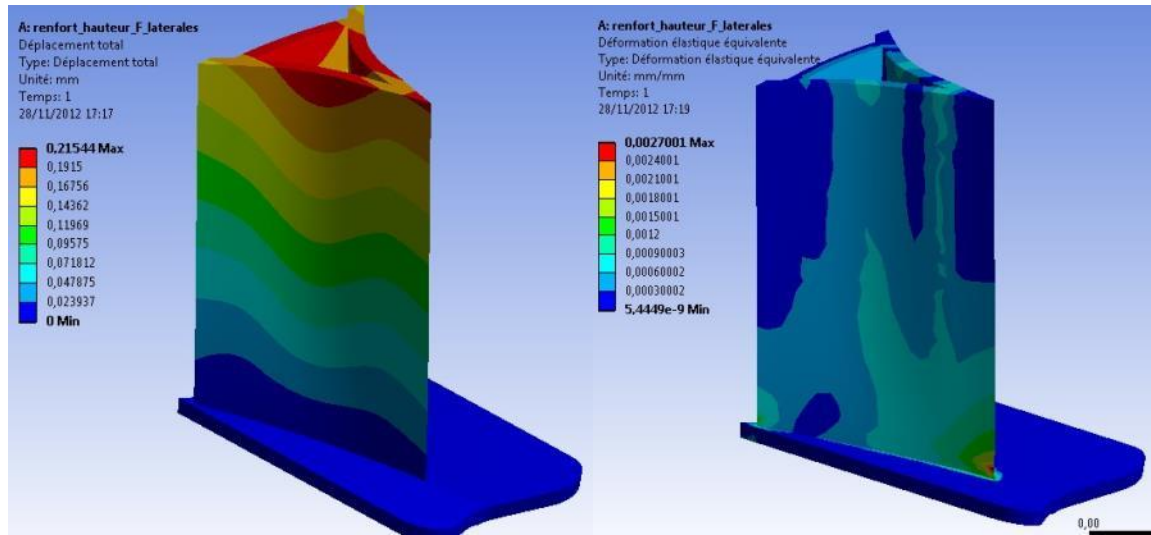


Figure 82: Ailette transversale - F latéral - Déplacement et déformation

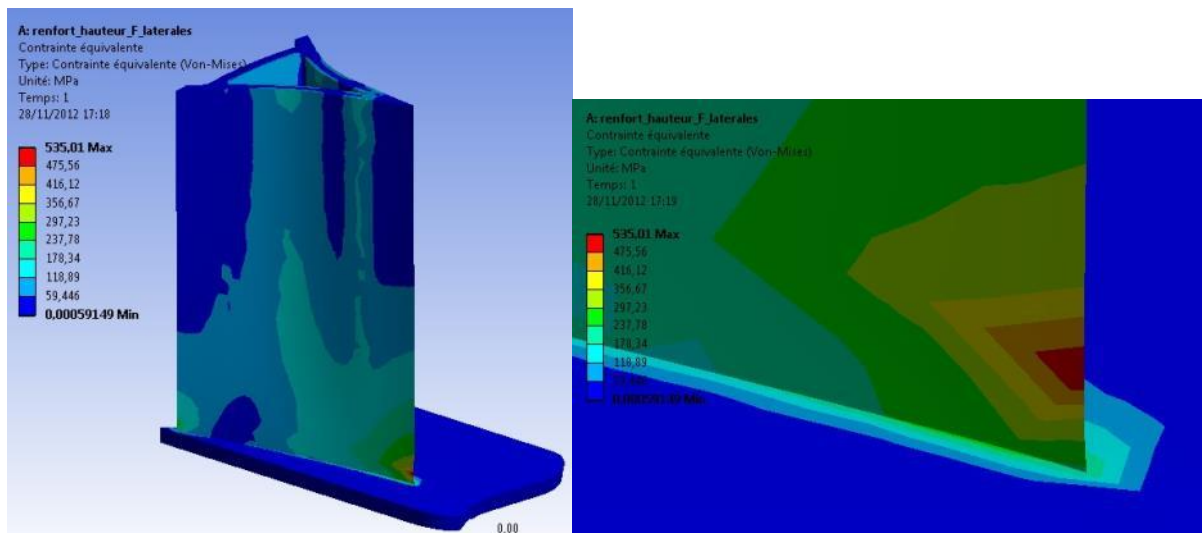


Figure 83: Ailette transversale - F latéral – Contrainte

- **Analyse des résultats**

Pour l'effort axial on trouve, pour les déformations et les contraintes, des résultats sensiblement égaux à ceux obtenus pour les différentes variantes avec ailettes horizontales

Pour les efforts latéraux, on obtient une déformation maximale de 0.28% en bas de la ligne tranchante, ce qui est semblable aux configurations étudiées précédemment. En termes de contraintes, la valeur maximale est atteinte en cette même zone et vaut 535 MPa. Il n'y a pas d'autres contraintes élevées qui risqueraient de poser des problèmes.

Par ailleurs, on remarque que la valeur maximale atteinte par le déplacement total vaut 0.2mm sur la partie haute du coin, ce qui est négligeable.

#### IV. Choix d'une configuration de renfort

D'après les résultats obtenus à l'aide des simulations numériques, nous avons décidé d'opter pour un renforcement du coin à l'aide d'une ailette transversale sur toute la hauteur (cas 6). En effet, avec le cas 1 (3 ailettes horizontales) et le cas 5 (2 ailettes réparties), l'ailette transversale est le cas qui donne les résultats les plus convaincants.

Par ailleurs, cette configuration ne nécessite qu'une seule pièce de renfort (1 seule ailette), et facilite donc également l'opération de soudage. Il serait même envisageable de mouler cette pièce.

De plus, à l'aide du modèle CAO du coin, nous avons pu estimer la masse (Figure 84) et vérifier que cette configuration ne représente pas un supplément de masse important.

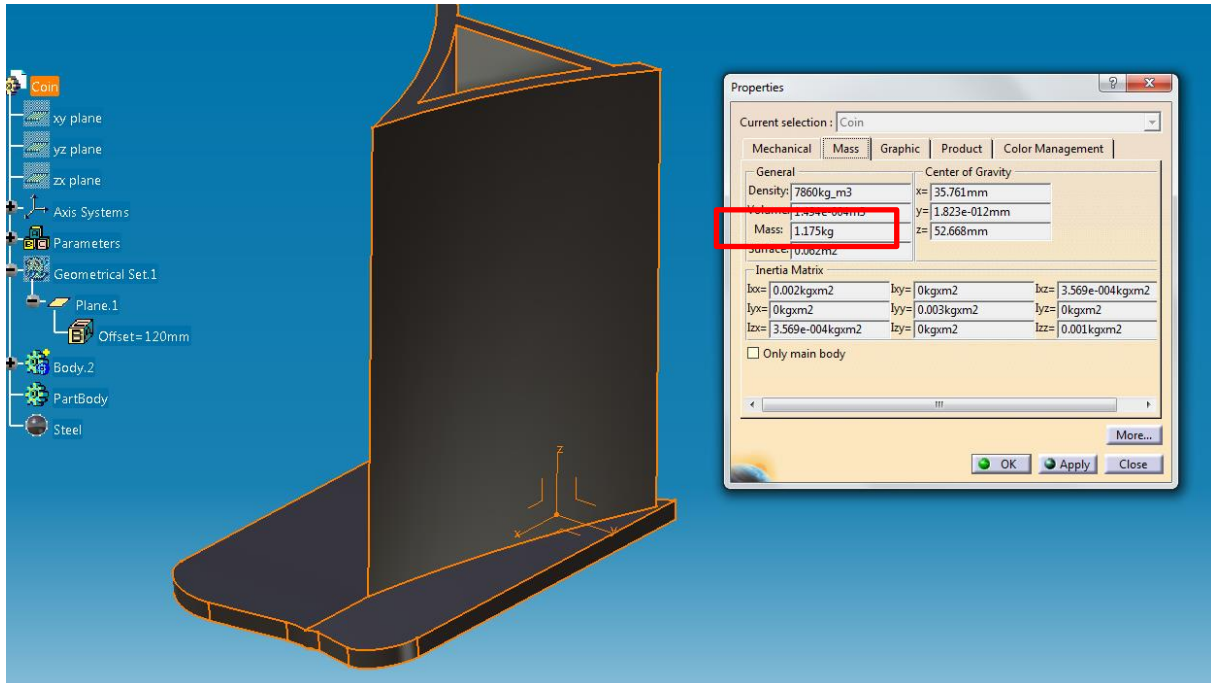


Figure 84: Estimation de la masse à l'aide de la CAO

Renfort	Masse (kg)
1 ailette transversale	1.175
3 ailettes horizontales	1.087
2 ailettes horizontales réparties	1.046

Tableau 16: Masse du coin selon le type de renfort

D'après le Tableau 16 ci-dessus, on constate qu'en termes de masse, l'ailette transversale ne représente pas un surplus important par rapport aux 2 autres configurations intéressantes, ce qui ne conforte notre choix.

La Figure 85 ci-après représente le modèle CAO du coin que nous avons finalement choisi, c'est-à-dire avec une ailette de renforcement transversale.

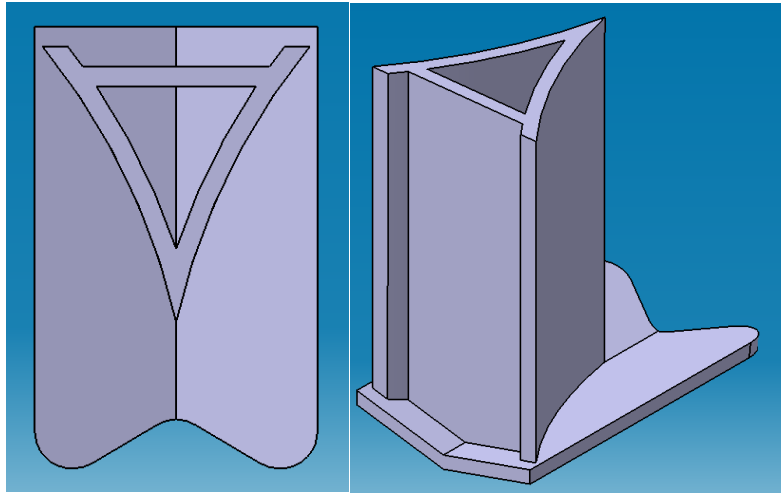


Figure 85: Modèle CAO - coin - ailette de renfort transversale

## Modèle numérique

### **I. Optimisation du réducteur primaire**

Lors de l'assemblage du modèle numérique de la fendeuse, nous nous sommes rendu compte que le réducteur primaire dimensionné à la page 65 pouvait être optimisé et mieux intégré.

Nous avons en effet remarqué que la dimension relativement importante de la couronne, couplée à un pignon directement sur l'arbre moteur était facilement réalisable et permet d'obtenir le rapport de réduction souhaité.

La nouvelle version du réducteur primaire est la suivante :

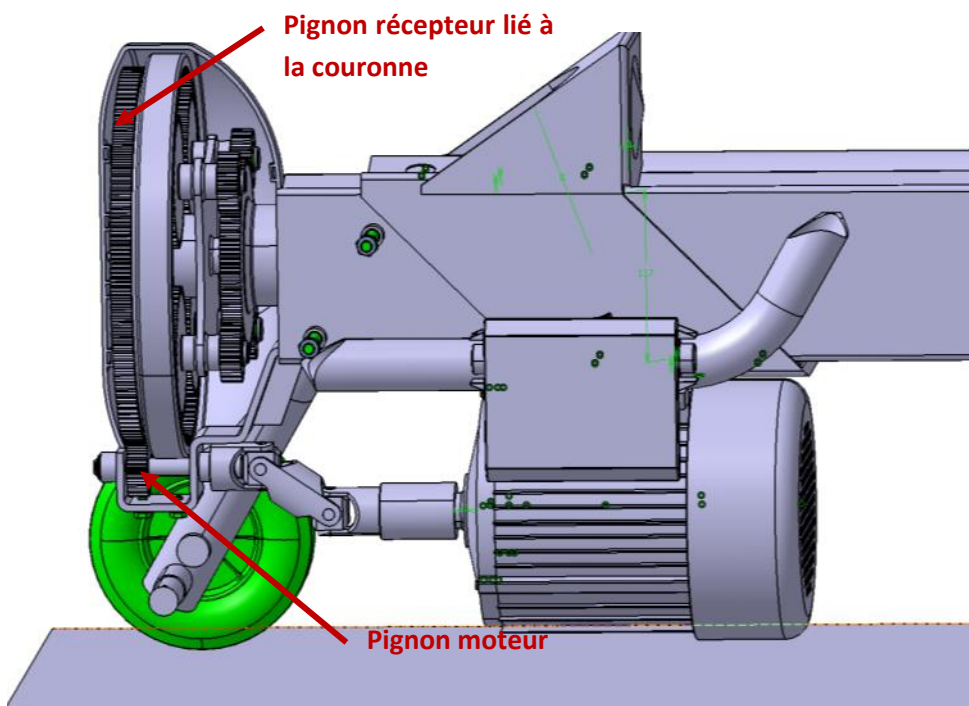


Figure 86 : version finale du réducteur primaire

Le pignon à la sortie du moteur étant le plus petit, on fixe sa taille, de façon à s'assurer de trouver un nombre de dents supérieur à  $Z=17$  pour éviter l'interférence.

Nous choisissons donc un pignon moteur de diamètre 36mm qui engrène sur un pignon encastré à la couronne de diamètre 252mm, ce qui donne un rapport de réduction de 0.143 très proche de celui de 0.142 souhaité.

On reprend donc les calculs de module tel qu'à la page 56 pour le pignon moteur et le pignon de la couronne :

	Pignon moteur	Pignon couronne
R (mm)	18	126
C (Nm)	3.05	21.33
T(N)	169.31	169.31
module	0.86	0.86

Figure 87 : calcul de modules des pignons du réducteur primaire

Dans ce cas, un module normalisé de 1 aurait suffi. De manière à réutiliser le même pignon que sur le porte satellite et que deux pignons qui engrainent doivent avoir le même module, nous avons choisi un module **normalisé de 2**. Ce qui donne donc 18 dents pour le pignon moteur et 126 dents sur le pignon lié à la couronne.



Le pignon moteur est guidé en rotation par des paliers comme les autres réducteurs. On dimensionne donc les paliers grâce à la méthode de la page 58. On suppose dans un premier temps que toute la charge est appliquée sur un palier. On obtient le tableau suivant :

	Arbre pignon moteur
Vitesse de rotation (tr/min)	2820.0
Vitesse linéaire (m/s)	2.362
R pignon (mm)	18
F(N)	61.63
L palier (mm)	3.14
couple perdu au frottement (Nm)	0.10

Figure 88 : dimensionnement des paliers du pignon moteur

La longueur limite d'un palier avec toute la charge d'un côté est faible, par souci de faciliter l'assemblage, nous choisirons le même palier à collerette que pour le train épicycloïdale, c'est-à-dire de longueur **L=12mm**.

Pour garantir le bon guidage de l'arbre du pignon moteur, nous avons disposé un palier de chaque côté de l'arbre moteur. La distance importante entre les deux paliers permet d'obtenir un centrage long. Un troisième palier a été ajouté entre le pignon moteur et le bâti pour garantir l'arrêt axial du pignon moteur et éviter le contact entre ce pignon et le bâti (voir Figure 89 ci-dessous).

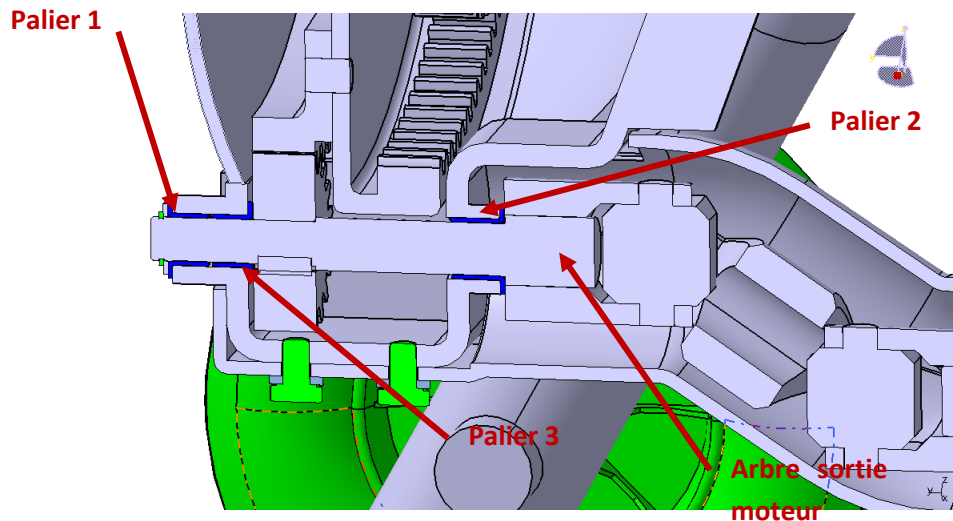


Figure 89 : vue en coupe de l'arbre moteur



Le grand pignon est positionné sur la couronne grâce à des pions de centrage et maintenu en position par des vis :

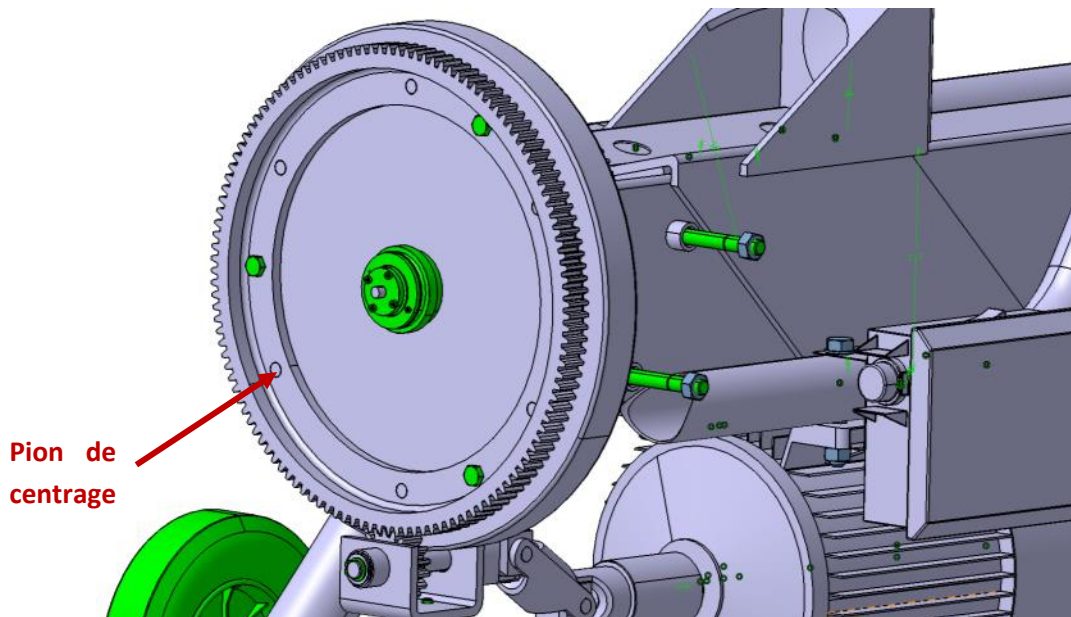
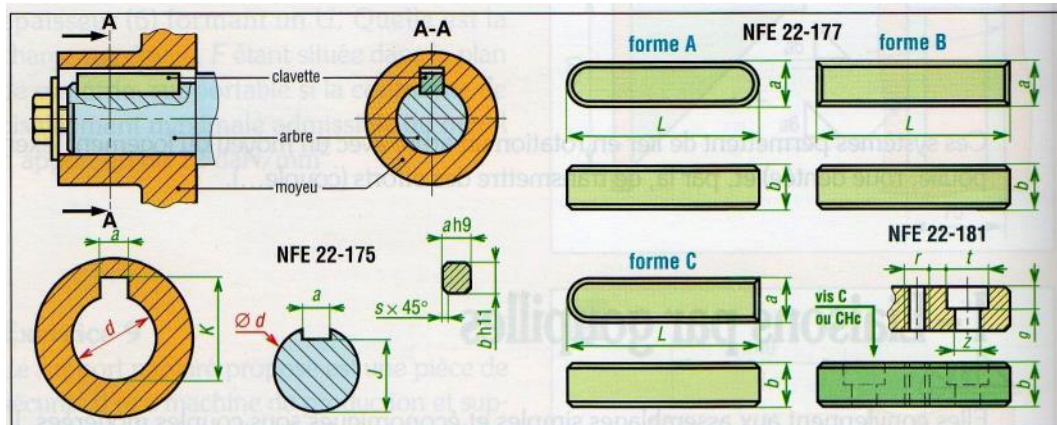


Figure 90 : positionnement du pignon de la couronne

## II. Liaison moteur-réducteur

L'arbre moteur et le pignon engrainant sur le pignon de la couronne n'étant pas parfaitement alignés, nous avons choisi de mettre un double joint de cardan homocinétique pour compenser l'alignement. L'angle maximum admissible pour ce type de cardan est de  $45^\circ$ . Dans notre cas le cardan travaille à un angle de  $35^\circ$  qui est tout à fait acceptable. Pour limiter l'entretien, nous utiliserons un cardan lubrifié à vie.

Étant donné le faible couple à la sortie du moteur, nous avons choisi une transmission de la puissance par clavetage entre la sortie moteur et le cardan et entre le cardan et l'arbre du pignon moteur. Le diamètre de l'arbre de sortie moteur étant de 24mm, nous avons choisi des clavettes normalisées :



2. Clavettes parallèles : principales dimensions normalisées.

Clavettes parallèles : principales dimensions normalisées														
$d$ de - à (inclus)	série normale						série mince			cas d'une fixation par vis				
	$a$	$b$	$s$	$J$	$K$	$L$	$b^*$	$J^*$	$K^*$	vis	$t$	$z$	$g$	$r$
6 à 8	2	2	0,16	$d-1,2$	$d+1$	6 à 20								
9 à 10	3	3	à	$d-1,8$	$d+1,4$	6 à 36								
11 à 12	4	4	0,25	$d-2,5$	$d+1,8$	8 à 45								
13 à 17	5	5	0,25	$d-3$	$d+2,3$	10 à 56	3	$d-1,8$	$d+1,4$					
18 à 22	6	6	à	$d-3,5$	$d+2,8$	14 à 70	4	$d-2,5$	$d+1,8$	M2,5-6	5	2,9	3	2,5
23 à 30	8	7	0,40	$d-4$	$d+3,3$	18 à 90	5	$d-3$	$d+2,3$	M3-8	6,5	3,4	3,5	3
31 à 38	10	8	0,40	$d-5$	$d+3,3$	22 à 110	6	$d-3,5$	$d+2,8$	M4-10	8	4,5	4,5	4
39 à 44	12	8	à	$d-5$	$d+3,3$	28 à 140	6	$d-3,5$	$d+2,8$	M5-10	10	5,5	5,5	5
45 à 50	14	9	0,60	$d-5,5$	$d+3,8$	36 à 160	6	$d-3,5$	$d+2,8$	M6-10	12	6,6	6,5	6
51 à 58	16	10	0,60	$d-6$	$d+4,3$	45 à 180	7	$d-4$	$d+3,3$	M6-10	12	6,6	6,5	6
59 à 65	18	11	à	$d-7$	$d+4,4$	50 à 200	7	$d-4$	$d+3,3$	M8-12	16	9	8,5	8
66 à 75	20	12	0,80	$d-7,5$	$d+4,9$	56 à 220	8	$d-5$	$d+3,3$	M8-12	16	9	8,5	8
76 à 85	22	14	1	$d-9$	$d+5,4$	63 à 250	9	$d-5,5$	$d+3,8$	M10-12	20	11	10,5	10
86 à 95	25	14	à	$d-9$	$d+5,4$	70 à 280	9	$d-5,5$	$d+3,8$	M10-12	20	11	10,5	10
96 à 110	28	16	1,2	$d-10$	$d+6,4$	80 à 320	10	$d-6$	$d+4,3$	M10-16	20	11	10,5	10

Figure 91 : Dimensionnement normalisé d'une clavette

Les clavettes ont donc une largeur de 8mm, une hauteur de 7mm et une longueur de  $1.5d = 34\text{mm}$  (Figure 91 ci-dessus).

### III. Protection des éléments en mouvement

Afin de protéger l'utilisateur contre les risques de blessures liés aux éléments en mouvement de la transmission de mouvement et du réducteur, nous avons caréné l'ensemble des éléments en rotation avec de caches de protection en plastique.

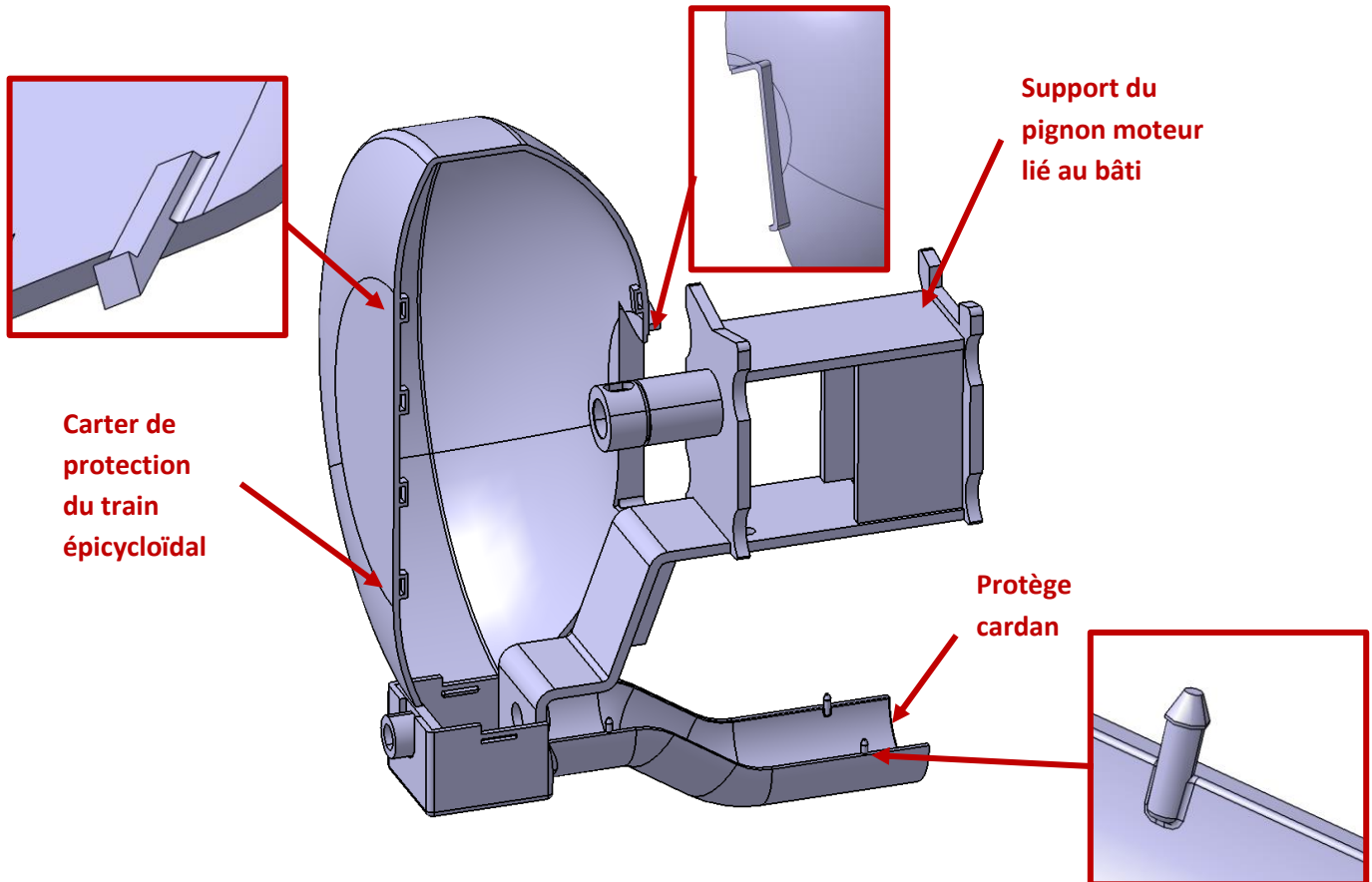


Figure 92: carters des systèmes de transformation et de transmission de mouvement

Le protège cardant est composé de deux pièces clipsées l'une dans l'autre par des clips ronds (voir Figure 92 ci-dessus). La partie basse du protège cardant visible ci-dessous est vissée au support du pignon moteur en acier, lié au bâti.

Le carter du train épicycloïdal est lui aussi divisé en deux pour faciliter l'assemblage. Chacune des deux parties est positionnée par le bas grâce à une encoche dans le protège cardant lié au bâti. Une série de clips rectangulaires permet ensuite l'assemblage des deux demis carters coté train épicycloïdale. Côté bâti, les deux demis carters reprennent la forme de la poutre et viennent se loger s'y loger pour les positionner par rapport à cette dernière.

#### IV. Maquette numérique de la fendeuse

Ci-dessous plusieurs figures représentant la fendeuse de bûche en détail.

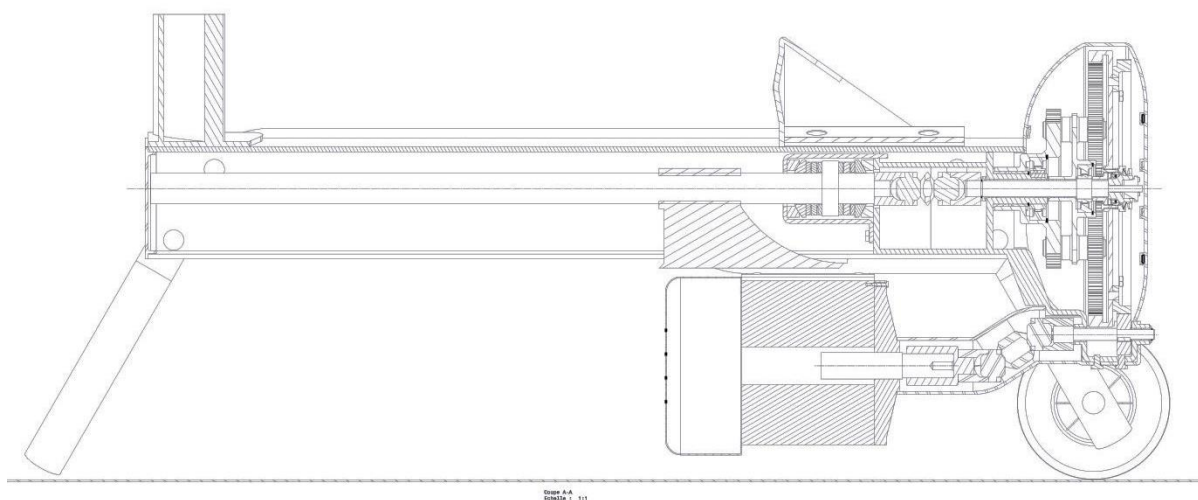


Figure 94: Mise en plan de la fendeuse (1/2)

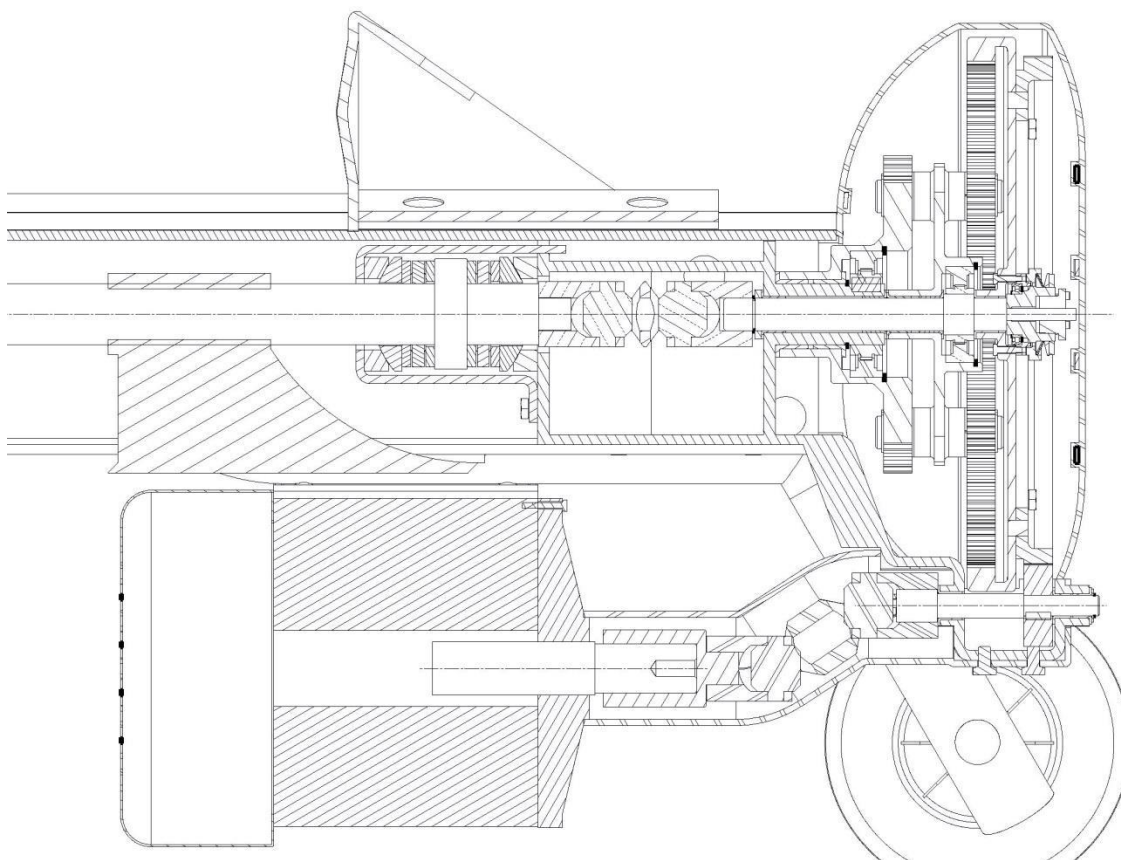


Figure 95: Mise en plan de la fendeuse (2/2)



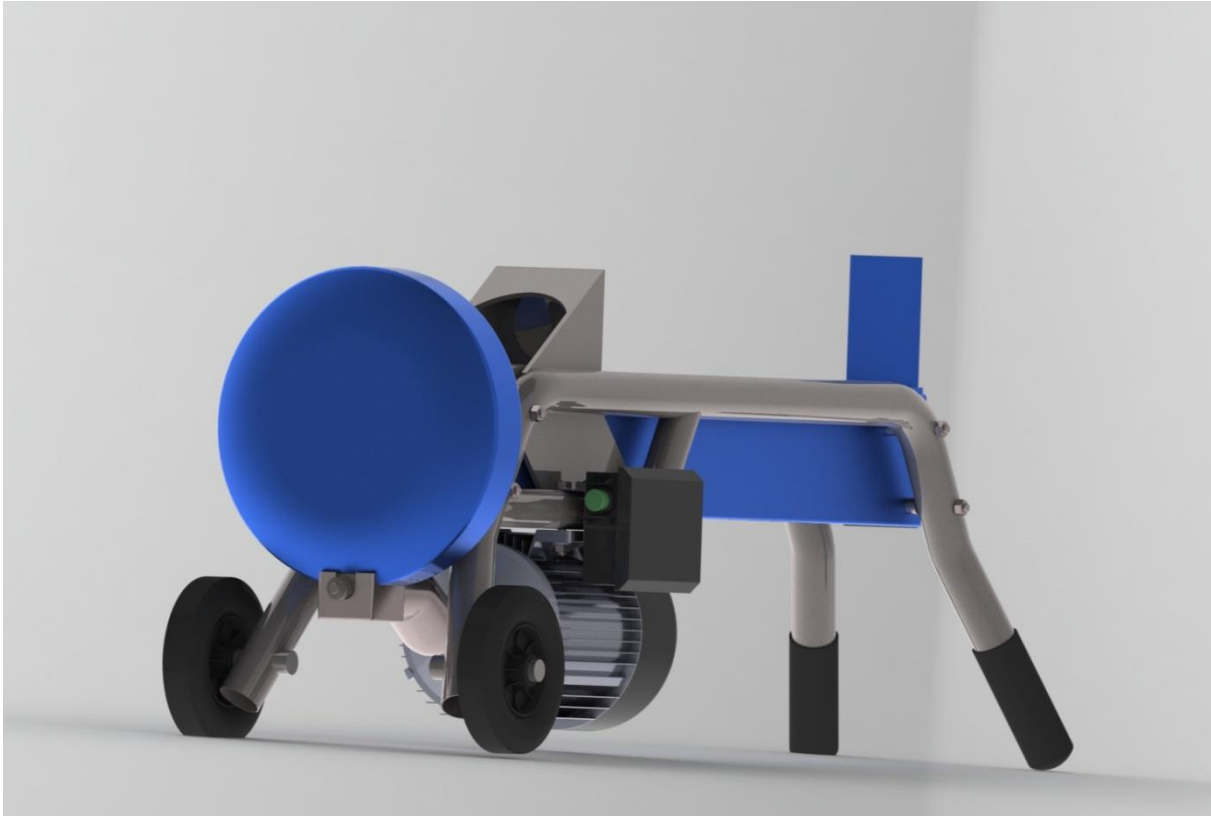


Figure 96: Rendu de la fendeuse (1/2)

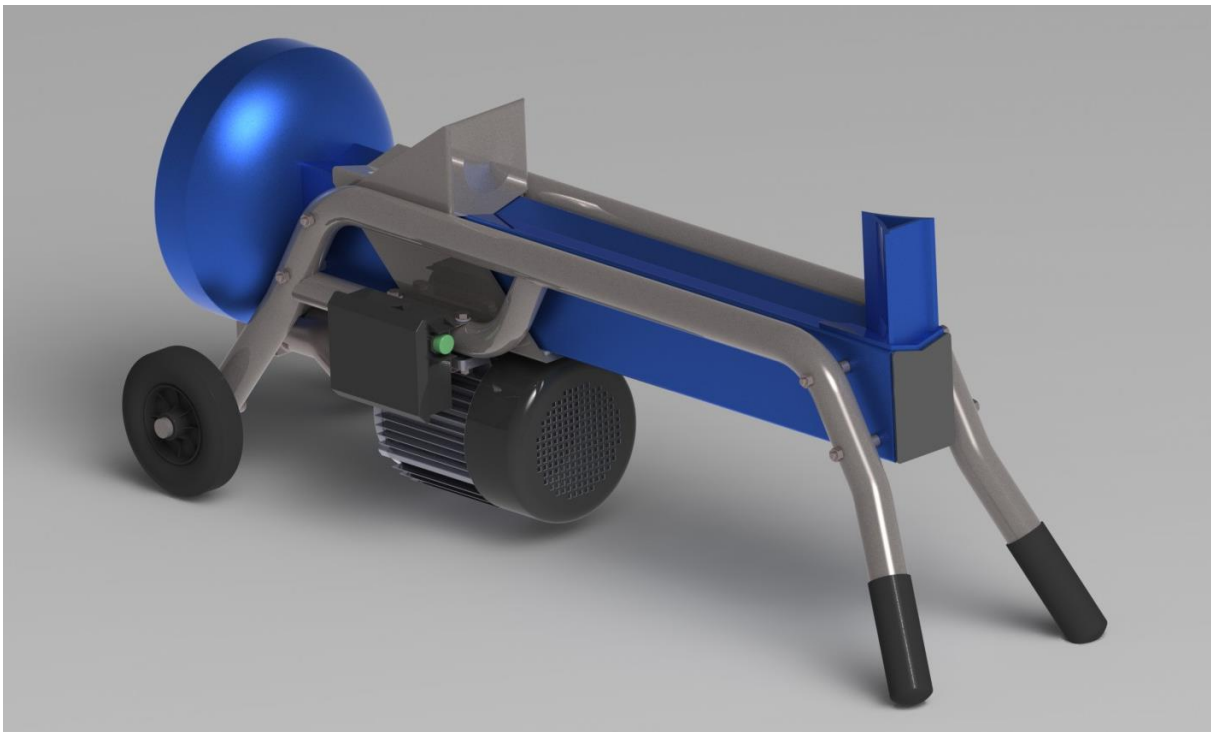


Figure 97: Rendu de la fendeuse (2/2)



Figure 98 : rendu fendeuse avec un capot de protection du changement de vitesse enlevé



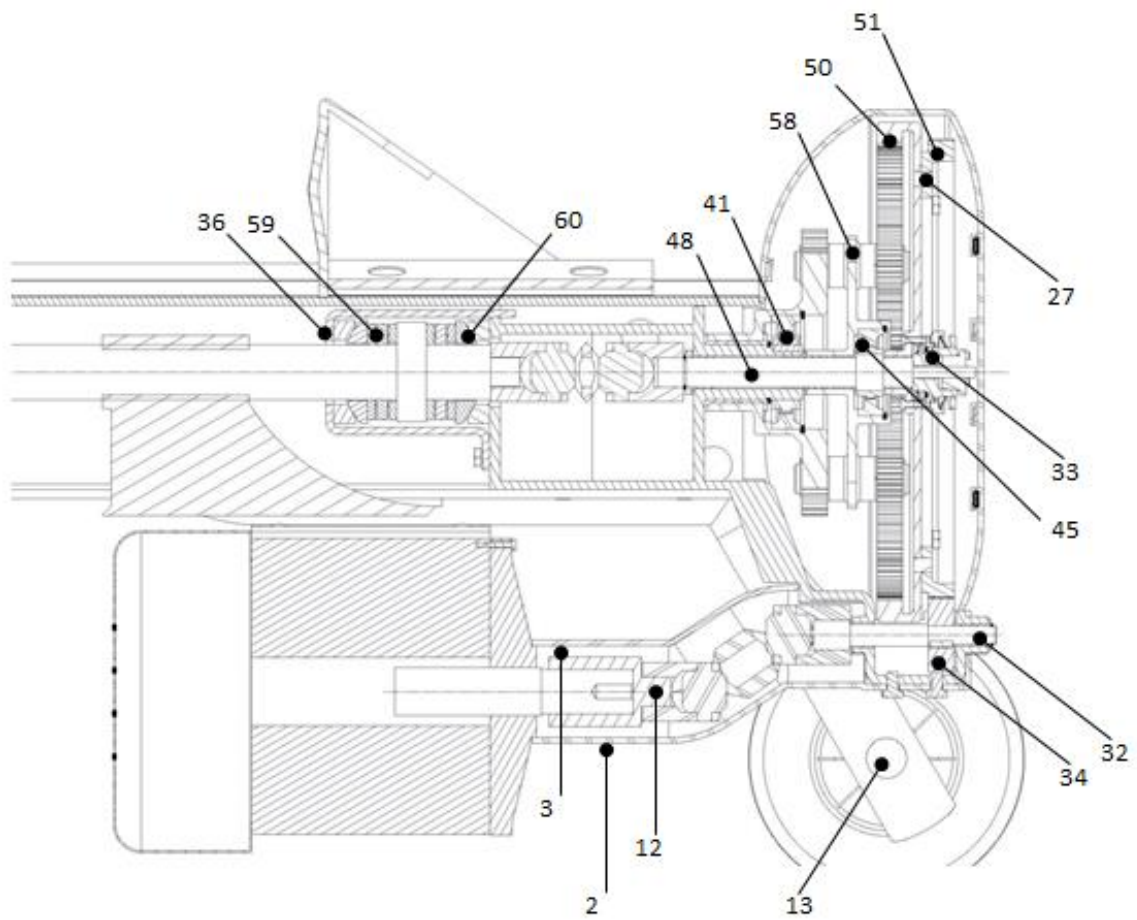
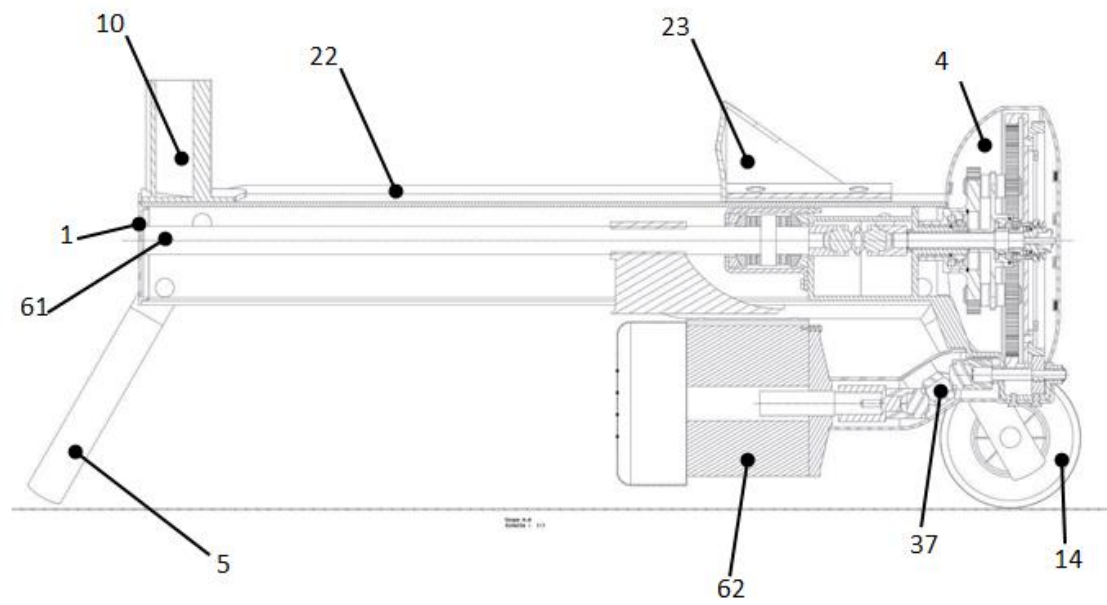
Figure 99: Mise en situation de la fendeuse

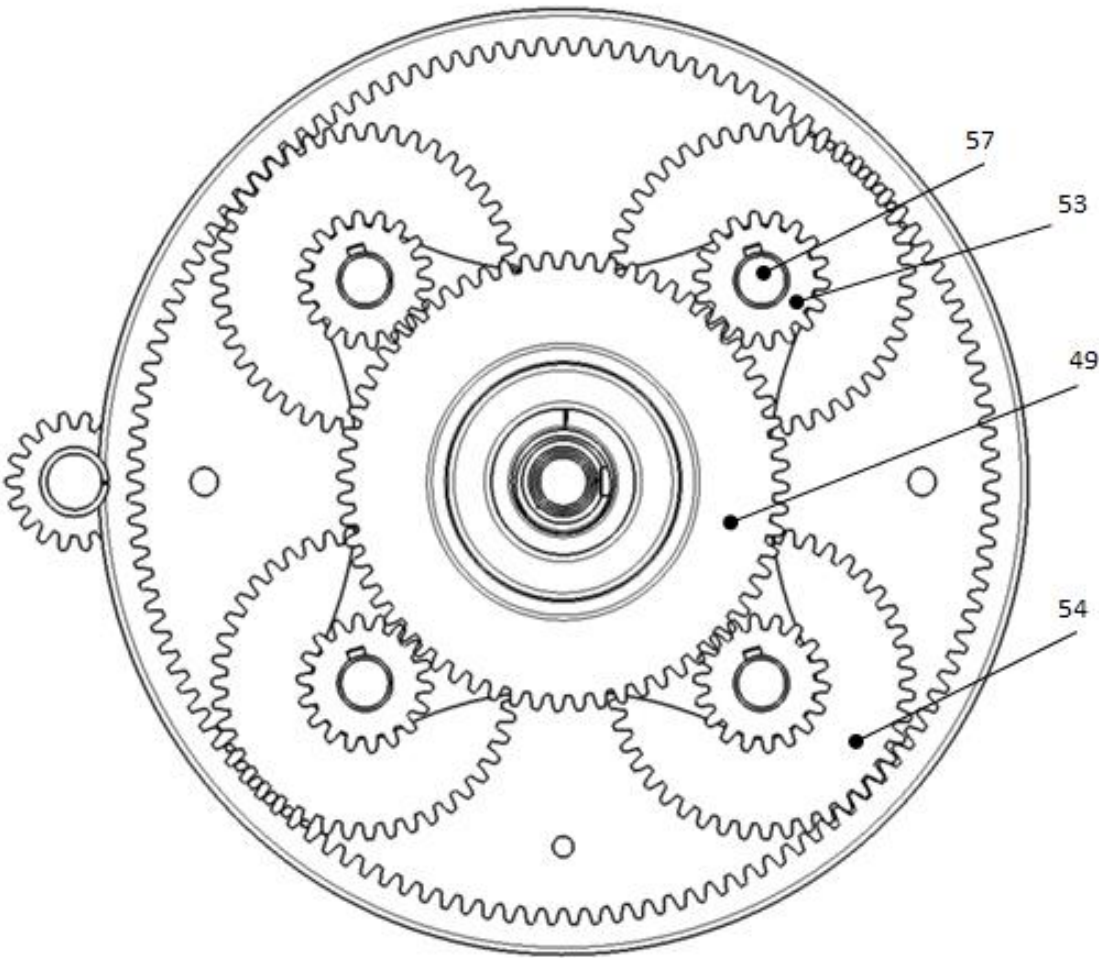
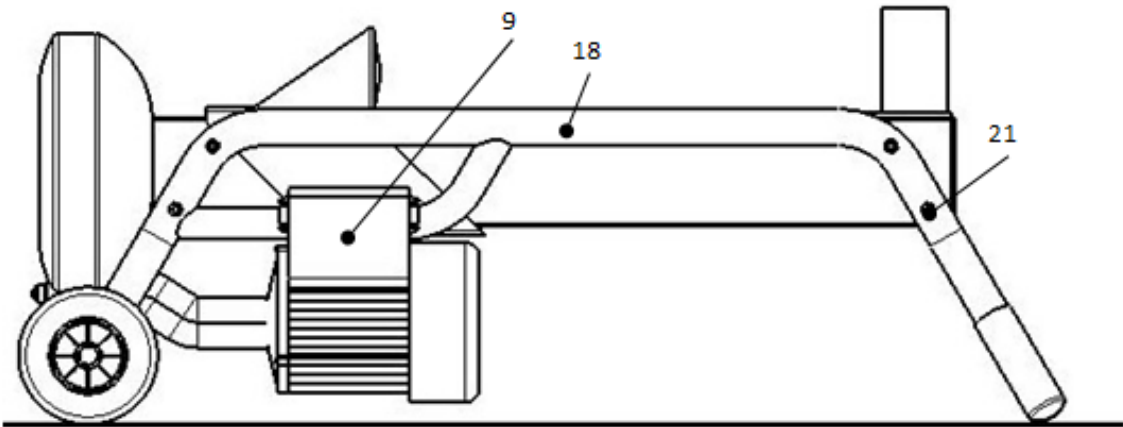
## V. Nomenclature

62	1	Moteur	
61	1	Vis de transmission	C48 + trempe superficielle
60	2	Rondelle sphérique	100 Cr6
59	2	Butée à rouleaux	100 Cr6
58	1	Porte satellite	S235
57	4	Axe satellite	S235
56	8	Clavette parallèle, forme A, 5 x 5 x 12	XC 42-DIN CK 45
55	8	Anneaux élastique pour arbre 14 x 1	Acier
54	4	Roue dentée m=2, Z=43	C45
53	4	Roue dentée m=2, Z=18	C45
52	13	Coussinet à collerette fritté, 16 - 18 x 12 - 24 x 1	CW453k (Cu Sn 8)
51	1	Roue dentée m=2, Z=125	C45
50	1	Couronne m=2, Z=125	C45
49	1	Roue dentée m=2, Z=64	C45
48	1	Arbre de transmission	EN AW-7049 (Al Zn 8 Mg Cu)
47	1	Bâti du train épicycloïdale	S235
46	2	Coussinet à collerette fritté, 30 - 34 x 16 - 42 x 2	CW453k (Cu Sn 8)
45	1	Roue libre droite	100 Cr6
44	1	Anneaux élastique pour alésage 66 x 2	Acier
43	1	Clavette parallèle, forme A, 6 x 6 x 12	XC 42-DIN CK 45
42	1	Clavette parallèle, forme A, 8 x 7 x 14	XC 42-DIN CK 45
41	1	Roue libre gauche	100 Cr6
40	1	Anneaux élastique pour alésage 50 x 2	Acier
39	1	Rondelle plate ISO 10673 - Type M - 16	Acier zingué
38	1	Anneaux élastique pour arbre 14 x 1	Acier
37	2	Joint de cardan	
36	1	Arrêt vis retour	S235
35	7	Vis à tête hexagonale ISO 4017 - M6 x 10	Acier classe 10.9 / 34 Cr Mo 4
34	1	Roue moteur dentée m=2, Z=18	C45
33	1	Limiteur de couple	
32	1	Axe roue moteur	S235
31	2	Coussinet à collerette fritté, 10 - 12 x 9 - 18 x 1	CW453k (Cu Sn 8)
30	1	Coussinet à collerette fritté, 12 - 14 x 12 - 20 x 1	CW453k (Cu Sn 8)
29	1	Rondelle plate ISO 10673 - Type M - 10	Acier zingué
28	1	Anneaux élastique pour arbre 10 x 1	Acier
27	10	Pion de centrage 8 x 10	100 Mn Cr W 4
26	1	Clavette parallèle, forme A, 4 x 4 x 12	XC 42-DIN CK 45
25	1	Anneaux élastique pour arbre 30 x 1	Acier
24	6	Vis à tête hexagonale ISO 4017 - M3 x 12	Acier classe 10.9 / 34 Cr Mo 4
23	1	Butée mobile	S235

22	1	Poutre centrale	S235
21	8	Vis à tête hexagonale ISO 4017 - M8 x 13	Acier classe 10.9 / 34 Cr Mo 4
20	12	Écrou hexagonale ISO 4032 -M8- 08	Acier inox A2 (X 5 Cr Ni 18-10)
19	8	Entretoise 9 x 10	Acier doux
18	2	Tube latéral	S235
17	1	Support de commande	Tôle plié
16	8	Rondelle plate ISO 7089 - Type M - 8	Acier zingué
15	4	Vis à tête hexagonale ISO 4016 - M8 x 60	Acier classe 10.9 / 34 Cr Mo 4
14	2	Roue transport	PTFE
13	2	Axe roue transport	S235
12	1	Arbre de lien	EN AW-7049 (Al Zn 8 Mg Cu)
11	2	Clavette parallèle, forme A, 8 x 7 x 30	XC 42-DIN CK 45
10	1	Coin	EN-GJL-300
9	1	Boitier de commande	Tôle plié
8	2	Vis à tête hexagonale ISO 4016 - M6 x 30	Acier classe 10.9 / 34 Cr Mo 4
7	2	Écrou hexagonale ISO 4032 -M6- 08	Acier inox A2 (X 5 Cr Ni 18-10)
6	2	Rondelle plate ISO 7089 - Type M - 6	Acier zingué
5	2	Poignée	PTFE
4	2	Protection arrière	PTFE
3	1	Protection joint de cardan haut	PTFE
2	1	Protection joint de cardan bas	PTFE
1	1	Cache poutre	PTFE
<b>Repère</b>	<b>Nombre</b>	<b>Désignation</b>	<b>Matière</b>







## Conclusion

L'ensemble de ce projet a été très enrichissant pour nous car c'est celui qui se rapproche le plus d'une réelle étude dans un bureau d'étude.

En effet, il a fallu en premier lieu déterminer la démarche à suivre pour savoir quoi étudier en premier, tout en sachant que le reste du projet en dépend, afin de mener à bien le dimensionnement et le choix des différents composants de notre produit.

Si nous devions refaire ce projet, la première chose que nous changerions est l'ordre de dimensionnement des roues dentées. En effet nous commencerions par dimensionner le train épicycloïdal d'abord et ensuite le réducteur s'il y a lieu d'être. En nous lançant dans nos calculs, nous n'avions pas vu la chose de la sorte et nous avons dimensionné un réducteur que nous n'utilisons pas, car l'ajout de la couronne sur le changement de vitesse nous permet d'avoir notre rapport de réduction.

Le fait d'avoir uniquement un sujet et d'être libre pour la suite des décisions n'est pas facile mais très intéressant car chaque membre du groupe peut exposer ses idées et ainsi on apprend également beaucoup des autres.