

Master 2 Mécanique Physique et Modélisation spécialité Acoustique

Effet de la géométrie de l'embouchure de trompette sur son spectre

Rapport final

Mallaroni Bastien

Sous la direction de

Jean Kergomard, Aude Lizée et Christophe Vergez

Equipe S2M

Modélisation, Synthèse et Contrôle
des Signaux Sonores et Musicaux

Janvier-Juin 2006

Table des matières

Introduction	7
1 Description de la trompette et objectifs du stage	8
1.1 Fonctionnement et description	8
1.2 Courbes d'impédance d'entrée	9
1.3 Relation entre impédance d'entrée et notes jouées	11
1.4 Spectre de la trompette	12
2 Calcul de l'impédance d'entrée et de sa courbe enveloppe	16
2.1 Hypothèses	16
2.2 Méthode de l'impédance ramenée	17
2.2.1 Confrontation expérience/théorie	18
2.3 Décomposition modale	20
2.3.1 Cas de trois tuyaux cylindriques mis en série	20
2.3.2 Géométrie réelle de l'embouchure	27
3 Approche numérique du calcul des auto-oscillations	31
3.1 Méthode de l'équilibrage harmonique et présentation de HARMBAL	31
3.1.1 Modèle de cuivre utilisé et adimensionnement	32
3.2 Spectre externe et spectre interne	35
3.2.1 Présentation du cas de référence	35
3.2.2 Modification du volume de l'embouchure	38
3.2.3 Pics d'impédance harmoniques	41
3.2.4 Amplitude du mode 4 doublée	43
Conclusion	45
Bibliographie	47

Table des figures

1.1	Différentes composantes d'une trompette moderne en Sib d'après [13]	8
1.2	Module de l'impédance d'entrée du tube cylindrique (grands pics) modifiée par l'ajout d'un pavillon (petits pics). Courbes obtenues avec le logiciel TUBELAB basé sur la méthode d'impédance ramenée	10
1.3	Embouchure de trompette, d'après [13]	10
1.4	Influence de l'embouchure sur la courbe d'impédance d'entrée de la trompette (d'après [1])	11
1.5	Relation entre les pics d'impédance d'entrée de la trompette et les notes G4 (Sol4) et C4 (Do4) d'après [10]	12
1.6	Relation entre les pics d'impédance d'entrée de la trompette et les notes C6 (Do6), E6 (Mi6) et G5 (Sol5) d'après [10]	12
1.7	Enveloppe du spectre interne d'un Do4 joué à différents niveaux, d'après [10]	13
1.8	Enveloppe du spectre interne d'un Mi6 joué à différents niveaux, d'après [10]	13
1.9	Enveloppe du spectre externe d'un Do4 joué à différents niveaux, d'après [10]	14
1.10	Analyses à partir d'un do grave (C4, 261 Hz, mode 2) joué fort par un trompettiste. La partie gauche de la figure montre le signal temporel enregistré, la partie droite son spectre d'amplitude.	14
2.1	Schéma de découpage du résonateur de trompette, proportions non respectées. D'après [17]	17
2.2	Impédance d'entrée d'un tube cylindrique avec une embouchure de trompette Bach 7E. Où (a) est d'après l'expérience et (b) d'après la méthode de l'impédance ramenée (d'après [1]).	18
2.3	Module de l'impédance d'entrée en fonction de la fréquence (Hertz) pour une trompette avec pavillon obtenue avec TUBELAB, la dispersion a été ignorée et le rayonnement pris égal à zéro.	19
2.4	Trompette sans pavillon schématisée par trois tuyaux cylindriques	20
2.5	Comparaison des fréquences propres obtenues par la décomposition modale d'après 2.9 (représentées par des croix) et par TUBELAB (représentées par des ronds)	22
2.6	Comparaison du module de l'impédance d'entrée obtenue par TUBELAB (trait plein) superposée à celle trouvée par décomposition modale (pointillés) et des enveloppes obtenues par décomposition modale (en pointillés d'après 2.17 avec 2.12 et en trait plein d'après 2.17 avec 2.16)	25
2.7	Superposition de la courbe d'impédance obtenue par décomposition modale avec celle de l'embouchure seule obtenue par TUBELAB (en trait plein) et par décomposition modale (en pointillés)	25
2.8	Comparaison de la courbe d'impédance d'entrée obtenue par TUBELAB et de l'enveloppe sans simplification obtenue à partir des équations 2.18 et 2.19 (en trait plein) superposée à l'enveloppe avec l'approximation sur Λ'_n obtenue par les équations 2.12 et 2.17	26
2.9	Géométrie de l'embouchure	27
2.10	Comparaison des fréquences propres obtenues par la décomposition modale (représentées par des croix) et par TUBELAB (représentées par des ronds)	28

2.11	Comparaison du module de l'impédance d'entrée (en pointillés) et de son enveloppe obtenue par décomposition modale (d'après 2.27) et de la courbe d'impédance d'entrée calculée par TUBELAB (en trait plein)	29
2.12	Comparaison du module de l'impédance d'entrée (en pointillés) et de son enveloppe obtenue par décomposition modale (d'après 2.28) et de la courbe d'impédance calculée par TUBELAB (en trait plein)	29
2.13	Comparaison de la courbe enveloppe obtenue par décomposition modale (d'après 2.28) pour une trompette sans pavillon et de la courbe d'impédance d'entrée calculée par TUBELAB pour une trompette avec pavillon	30
3.1	Module de l'impédance d'entrée et de l'admittance (adimensionnées par Z_{c2}) obtenues par décomposition modale	36
3.2	Spectre externe et interne pour différentes valeurs de gamma (pression dans la bouche) en fonction de la fréquence (en Hz). L'amplitude des spectres est donnée en dB ($20\log(\frac{P}{P_0})$, où $P_0 = 1$), elle est choisie arbitrairement	36
3.3	Résultats expérimentaux avec bouche artificielle présentés dans [16]. Comparaison du contenu fréquentiel entre la pression au pavillon (en pointillés) et la pression dans l'embouchure (traits pleins) pour différents niveaux de jeu en fonction de la fréquence (en Hz). L'amplitude des spectres est mesurée en dB où le zéro correspond au maximum. La note jouée est le quatrième mode d'une trompette Si^b (aucun piston enfoncé, note $Do5$)	37
3.4	Module de l'impédance d'entrée et de l'admittance (adimensionnées par Z_{c2}) obtenues par décomposition modale pour un volume $V0' = 1.10^{-06}m^3 < V0$	38
3.5	Spectre externe et interne pour différentes valeurs de gamma (pression dans la bouche) en fonction de la fréquence (en Hz) pour un volume de cuvette $V0' = 1.10^{-06}m^3 < V0$. L'amplitude des spectres est mesurée en dB ($20\log(\frac{P}{P_0})$, où $P_0 = 1$), elle est choisie arbitrairement.	39
3.6	Comparaison du spectre externe pour 2 volumes d'embouchure différents ($V0' = 1.10^{-06}m^3 < V0$). L'amplitude des spectres est mesurée en dB ($20\log(\frac{P}{P_0})$, où $P_0 = 1$), elle est choisie arbitrairement.	39
3.7	Module de l'impédance d'entrée et de l'admittance (adimensionnées par Z_{c2}) obtenues par décomposition modale pour un volume $V0'' = 0,7.10^{-06}m^3 < V0' < V0$	40
3.8	Comparaison du spectre externe pour 2 volumes d'embouchure différents ($V0'' = 0,7.10^{-06}m^3 < V0' < V0$). L'amplitude des spectres est mesurée en dB ($20\log(\frac{P}{P_0})$, où $P_0 = 1$), elle est choisie arbitrairement.	40
3.9	Spectre externe et interne pour différentes valeurs de gamma (pression dans la bouche) pour un volume $V0'' = 0.7e - 06m^3 < V0' < V0$. L'amplitude des spectres est mesurée en dB ($20\log(\frac{P}{P_0})$, où $P_0 = 1$), elle est choisie arbitrairement.	41
3.10	Module de l'impédance d'entrée et de l'admittance (adimensionnées par Z_{c2}) obtenues par décomposition modale lorsque les pics de résonances sont rendus harmoniques	42
3.11	Spectre externe et interne pour différentes valeurs de gamma (pression dans la bouche) lorsque les pics de résonances sont rendus harmoniques. L'amplitude des spectres est mesurée en dB ($20\log(\frac{P}{P_0})$, où $P_0 = 1$), elle est choisie arbitrairement.	42
3.12	Comparaison du spectre externe lorsque les pics d'impédance sont harmoniques ou non pour différents gamma. L'amplitude des spectres est mesurée en dB ($20\log(\frac{P}{P_0})$, où $P_0 = 1$), elle est choisie arbitrairement.	43
3.13	Module de l'impédance d'entrée et de l'admittance (adimensionnées par Z_{c2}) obtenues par décomposition modale lorsque l'amplitude du mode 4 est multipliée par 2	44
3.14	Spectre externe et interne pour différentes valeurs de gamma (pression dans la bouche) lorsque l'amplitude du mode 4 est multipliée par 2. L'amplitude des spectres est mesurée en dB ($20\log(\frac{P}{P_0})$, où $P_0 = 1$), elle est choisie arbitrairement.	44

3.15	Comparaison du spectre externe pour différents gamma lorsque l'amplitude du mode 4 est multipliée par 2 ou pas. L'amplitude des spectres est mesurée en dB ($20\log(\frac{P}{P_0})$, où $P_0 = 1$), elle est choisie arbitrairement.	45
------	---	----

Remerciements

Ils sont tout d'abord adressés à Jean Kergomard, Christophe Vergez et Aude Lizée qui m'ont encadré au cours de mon stage. Je les remercie de m'avoir proposé ce sujet qui m'a tout particulièrement intéressé, ainsi que pour la disponibilité et la patience dont ils m'ont fait preuve.

Merci à Richard Kronland-Martinet de m'avoir accueilli dans son équipe et à l'ensemble des membres et stagiaires du laboratoire pour leur bonne humeur et leur disponibilité. Ils m'ont permis de bien m'intégrer dès les premiers jours.

Puis je tiens à remercier tout particulièrement Mathieu Barthet pour son initiative d'achat d'un banc de mesure de bruit d'impact de marque japonaise, ainsi que toutes les personnes toujours prêtes à aller faire des mesures même par plein soleil ou par fort mistral...

Introduction

Les instruments à vent sont au coeur de la recherche en acoustique musicale depuis de nombreuses années. Nous nous intéressons au cours de ce stage au cas de la trompette qui fait partie de la famille des cuivres. Notre intérêt se porte principalement sur l'embouchure qui est le point commun des instruments appartenant à cette famille. De nombreuses recherches ont déjà été effectuées sur ce sujet, celles-ci sont brièvement présentées au cours de ce rapport.

La description générale de la trompette est présentée dans le premier chapitre, où l'intérêt des courbes d'impédances d'entrée dans la description du comportement de l'instrument est également abordé. A. H. Benade dont les recherches font partie des références dans ce domaine, avait présenté plusieurs résultats intéressants reliant les courbes d'impédance d'entrée de la trompette aux notes jouées par l'instrumentiste. La relation de ces courbes avec le spectre interne et externe de la trompette est également abordée. Un des objectifs principaux de mon stage est de vérifier par la théorie ce que Benade avait pressenti. Notamment de faire varier les paramètres géométriques de l'embouchure et d'observer les modifications alors engendrées sur le spectre interne et externe de la trompette.

Pour cela, nous avons à notre disposition plusieurs méthodes de calculs de l'impédance d'entrée et de la courbe enveloppe, notamment la méthode de l'impédance ramenée (implémentée dans le logiciel TUBELAB) qui nous servira de référence et celle de décomposition modale. La recherche d'équations simplifiées de la méthode modale pour la géométrie d'une trompette (tout d'abord simplifiée puis réelle) est détaillée dans le deuxième chapitre.

Une approche numérique des auto-oscillations reposant sur la méthode de l'équilibrage harmonique est également intéressante pour étudier les systèmes dynamiques tels que la trompette. La présentation de cette méthode ainsi que du programme HARMBAL qui la met en oeuvre est abordée dans le dernier chapitre. A l'aide des courbes d'impédances obtenues par décomposition modale on peut faire varier indépendamment l'amplitude et la fréquence des pics. Les résultats alors obtenus (spectres externes et internes pour différents cas) sont présentés puis commentés dans ce même chapitre.

Chapitre 1

Description de la trompette et objectifs du stage

1.1 Fonctionnement et description

La trompette fait partie de la famille des cuivres, mais attention, c'est l'embouchure qui est la caractéristique des instruments de cette famille et non le métal. Le matériau utilisé pour la construction de la trompette est bien un alliage de cuivre (laiton), mais il est principalement utilisé pour ses facilités de mises en forme et n'est pas déterminant dans le son de l'instrument.

Pour un doigté de trompette, on obtient une série de notes se rapprochant d'une série harmonique (détaillée en Annexe). Pour sélectionner une note de la série, le musicien doit trouver la bonne position de son masque (position du visage, de la langue, ...) afin que ses lèvres vibrent à la fréquence souhaitée. Pour obtenir une tessiture par 1/2 tons complète, trois pistons ont été ajoutés pour permettre d'allonger le résonateur, tuyau constitué d'une embouchure, d'une partie cylindrique et d'un pavillon (cf figure 2.3). Ainsi pour trois pistons cela nous donne huit doigtés. La trompette d'orchestre standard, en Sib, a une tessiture d'environ trois octaves.

Cet instrument fait partie, de ce qu'on appelle en physique, les instruments auto-oscillants. En effet, l'énergie est apportée par le musicien sous forme stationnaire (pression dans la bouche) et c'est l'instabilité d'un mode du résonateur couplé aux lèvres qui est responsable de l'apparition d'oscillations acoustiques. L'air sortant des lèvres fait se propager des ondes longitudinales vers l'extrémité de l'instrument où une partie est rayonnée et une autre réfléchi. C'est cette partie réfléchi qui permet l'entretien de l'oscillation des lèvres et donc une résonance de l'instrument, la partie d'énergie rayonnée nous permet d'entendre un son.

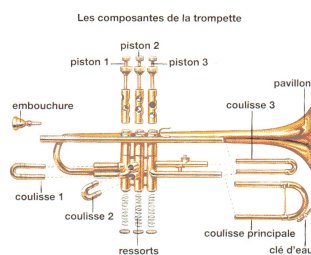


FIG. 1.1 – Différentes composantes d'une trompette moderne en Sib d'après [13]

1.2 Courbes d'impédance d'entrée

Nous allons essayer à présent, en nous basant sur les travaux de Benade [10], de voir quel genre de courbe de réponse nous obtenons suite à une excitation en débit (flux de vitesse acoustique à travers une surface) appliquée à l'embouchure d'une colonne d'air. En acoustique, on parle d'impédance d'entrée Z du tuyau en fonction de la fréquence.

L'impédance acoustique en fonction du débit est définie de la façon suivante :

$$Z(\omega) = \frac{P(\omega)}{U(\omega)} ,$$

où $\omega = 2\pi f$ désigne la pulsation, P la pression, et U le débit.

Pour les vents, c'est cette définition que nous utiliserons puisque l'on s'intéresse bien à l'impédance acoustique d'une section de l'instrument délimitée par le tuyau.

Pour un conduit cylindrique, l'impédance caractéristique, notée Z_c , de la perce (géométrie interne du tube) de section S est donnée par :

$$Z_c = \frac{\rho c}{S} ,$$

où ρ est la masse volumique, c la célérité du son, et S la surface de la section.

Son unité est le $Pa.s.m^{-3}$.

L'impédance d'entrée de l'instrument contient toutes les informations du résonateur si l'on considère que les conditions de linéarité et d'unidimensionnalité sont respectées. Elle représente sa signature acoustique vue sous forme fréquentielle par la relation linéaire suivante :

$$Z_e(\omega) = \frac{P_e(\omega)}{U_e(\omega)} ,$$

où P_e et U_e sont respectivement la pression et le débit à l'entrée du résonateur.

Intéressons-nous tout d'abord à l'impédance d'entrée d'un tube cylindrique (fermé/ouvert) lorsque celui-ci est excité. On remarque que la courbe de réponse présente une dizaine de pics d'impédance d'entrée dont les fréquences sont également situées aux multiples impairs d'une certaine fréquence $c/4L$ (où L est la longueur du cylindre) appelée fréquence fondamentale (cf figure 1.2). La répartition des maximums de pression correspondent aux fréquences naturelles du tube cylindrique.

Modifions maintenant ce tube en y ajoutant un pavillon de trompette, la courbe d'impédance d'entrée est présentée sur la figure (1.2).

On remarque alors que l'ensemble "tube plus pavillon" présente une décroissance rapide de la hauteur des pics d'impédance aux hautes fréquences car une fraction croissante de l'énergie acoustique est rayonnée du pavillon vers la pièce. Au-dessus de 1000 Hz (appelée fréquence critique f_c , dont la longueur d'onde est égale au diamètre du pavillon), il n'y a pratiquement plus d'énergie renvoyée par la partie évasée du pavillon. Le pavillon réfléchit donc fortement les ondes dont les fréquences sont inférieures à f_c et améliore le rayonnement vers l'extérieur de celles dont les fréquences sont supérieures à f_c . Ceci participe, d'un point de vue perceptif, au son brillant caractéristique des cuivres. On en conclut que le pavillon a un rôle d'adaptation d'impédance.

Rajoutons à présent la dernière partie constituant un cuivre, l'embouchure. Il en existe différents types, variant tant par leur matière que par leur volume et leur longueur (cf figure 1.3).

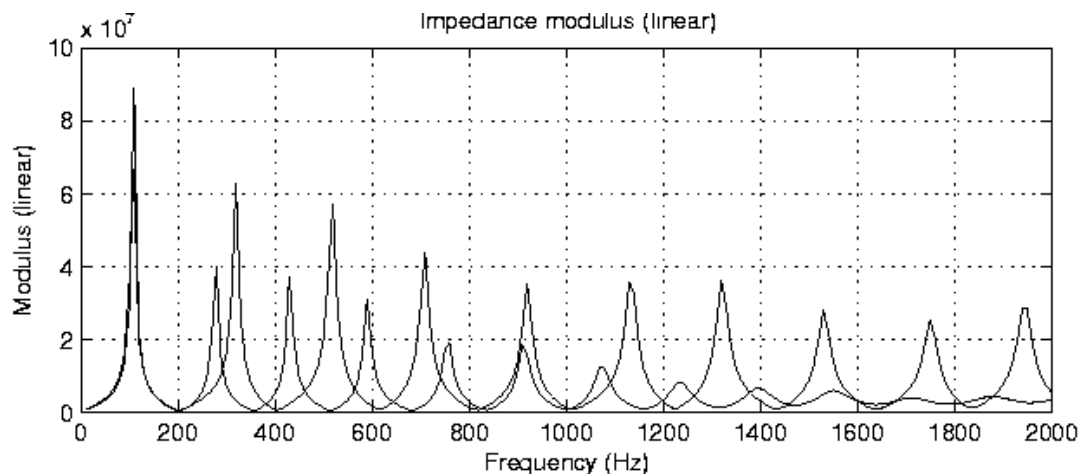


FIG. 1.2 – Module de l'impédance d'entrée du tube cylindrique (grands pics) modifiée par l'ajout d'un pavillon (petits pics). Courbes obtenues avec le logiciel TUBELAB basé sur la méthode d'impédance ramenée



FIG. 1.3 – Embouchure de trompette, d'après [13]

Elle peut être considérée comme un résonateur de Helmholtz et dispose d'une fréquence de résonance dépendant directement du volume (plus le volume est grand, plus cette fréquence est basse). Cette fréquence correspond à un maximum d'impédance quand l'embouchure est enlevée du tuyau. Comme on peut le voir sur la figure (1.4), la présence de l'embouchure module l'amplitude de la courbe d'impédance d'entrée du résonateur (notamment étudié dans [9]).

L'amplitude des pics d'impédance d'entrée croît jusqu'au septième pic, dont la fréquence est proche de la fréquence de résonance de Helmholtz de la cavité. Les résonances de l'instrument sont réparties dans un rapport très proche d'une série harmonique, mais pas exactement, c'est ce qui fait la différence entre instruments.

Après cette présentation des courbes de réponse des instruments à colonne d'air du type de la trompette et de l'interaction des lèvres du musicien avec l'instrument, essayons de résumer ce que Benade a présenté dans [10] concernant la nature de la collaboration entre les lèvres d'un musicien et son instrument quand des sons réels sont produits. Nous essaierons d'en dégager l'influence des pics d'impédance sur les notes jouées par le trompettiste.

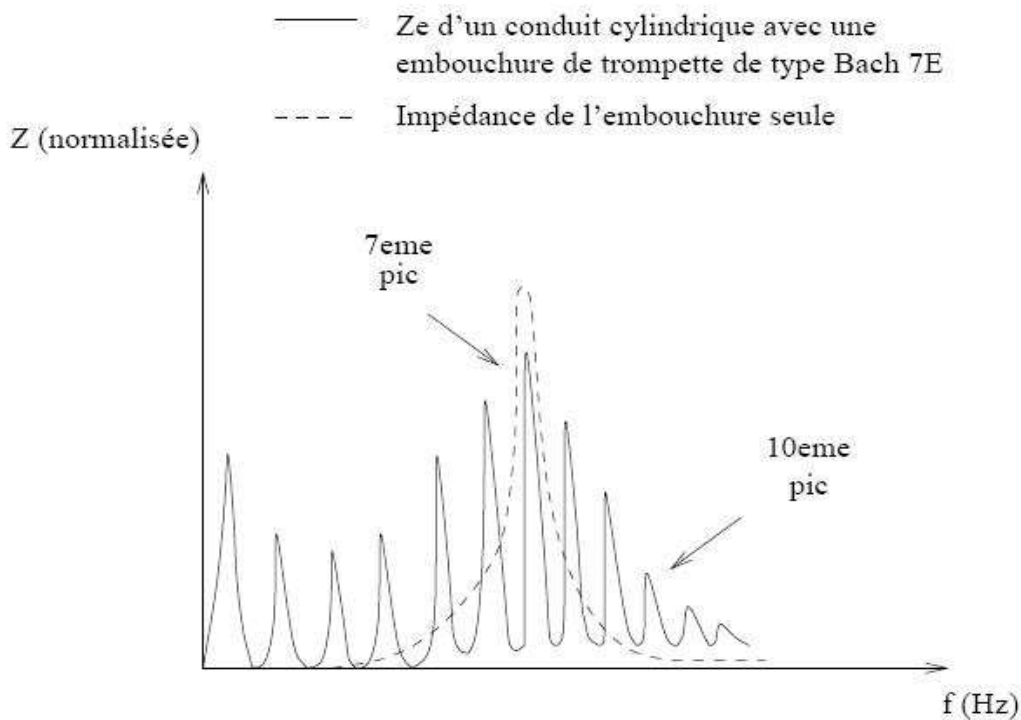


FIG. 1.4 – Influence de l'embouchure sur la courbe d'impédance d'entrée de la trompette (d'après [1])

1.3 Relation entre impédance d'entrée et notes jouées

Dans [10], Benade fait le rapprochement entre la note jouée par le musicien, les pics d'impédance d'entrée de l'instrument et la difficulté à jouer cette note. Commençons par analyser ce qui est présenté à la figure (1.5).

La figure (1.5) illustre ce qui se passe dans une trompette moderne en Sib quand le musicien joue les notes Do4 (C4) et Sol4 (G4). Le régime d'oscillation pour la note Do4 est basé sur le deuxième des maximums d'impédance de la colonne d'air en collaboration avec les quatrième, sixième et huitième sommets de la courbe. Quand la note est jouée pianissimo, la fréquence jouée correspond étroitement à celle du deuxième pic d'impédance, qui contribue seul à la vibration. En augmentant la pression dans la bouche, les trois autres pics influent successivement sur le son obtenu. Un musicien débutant a des difficultés à jouer cette note doucement car elle est instable. En effet, il est incapable de maintenir une tension de lèvres stable, ce qu'on peut rapprocher du fait que la résonance correspondant au fondamental de cette note n'a pas une très grande impédance, ainsi, l'onde n'est pas beaucoup réfléchi ce qui n'aide pas à l'entretien de la fréquence de vibration des lèvres. Mais en jouant de plus en plus fort, l'influence des autres pics stabilise l'oscillation. Par ailleurs, le pic qui contrôle le jeu pianissimo du Sol4 est beaucoup plus grand qu'il l'était pour le Do4, ce qui rend la note jouée plus stable et fait ainsi partie des notes les plus faciles à jouer.

Pour les notes plus aigües, on peut remarquer sur la figure (1.6) que seul un pic d'impédance domine le régime d'oscillation. Le Sol5 est facile à obtenir car il est influencé par un pic d'impédance très grand, mais le Do6 et le Mi6 sont beaucoup plus durs à jouer car l'unique sommet actif d'impédance n'est pas très important.

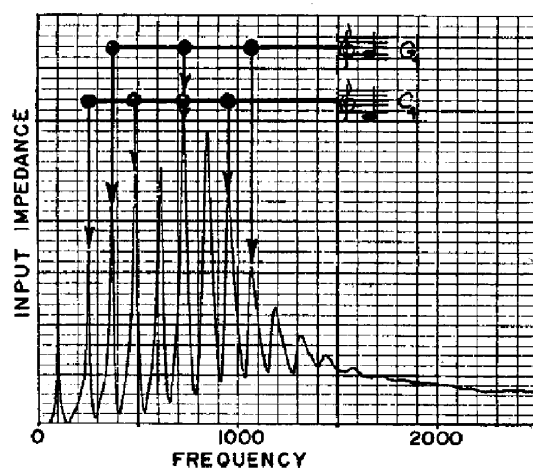


FIG. 1.5 – Relation entre les pics d'impédance d'entrée de la trompette et les notes G4 (Sol4) et C4 (Do4) d'après [10]

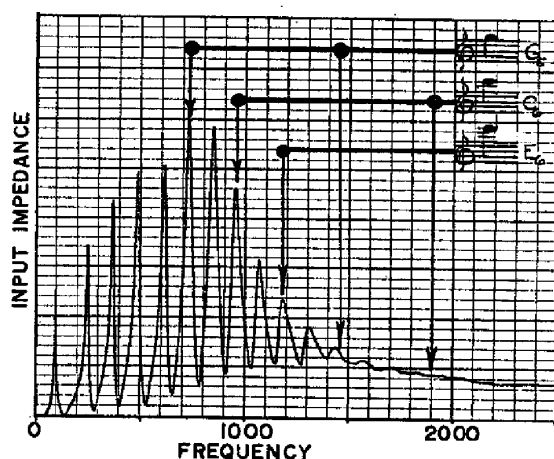


FIG. 1.6 – Relation entre les pics d'impédance d'entrée de la trompette et les notes C6 (Do6), E6 (Mi6) et G5 (Sol5) d'après [10]

1.4 Spectre de la trompette

Ayant montré que les trompettes produisent leurs sons en utilisant plusieurs coopérations entre des pics de résonance de leur colonne d'air, nous avons une base solide pour commencer l'analyse des sons produits. Voyons comment le spectre est influencé par la colonne d'air de la trompette. Nous devons distinguer le spectre interne (qui peut être perçu avec l'aide d'un microphone de mesure inséré dans l'embouchure, comme cela a été fait dans [10]) et le spectre externe correspondant au son sortant du pavillon.

– **Spectre interne :**

En 1970, une série de mesure a été faite (détaillée dans [10]), où le musicien a joué des diminuendos et des crescendos sur une trompette en Sib (la même qui a servi à établir les courbes de résonances précédentes), équipé de microphones internes et externes.

La figure 1.7 montre les niveaux relatifs des harmoniques internes pour un Do4.

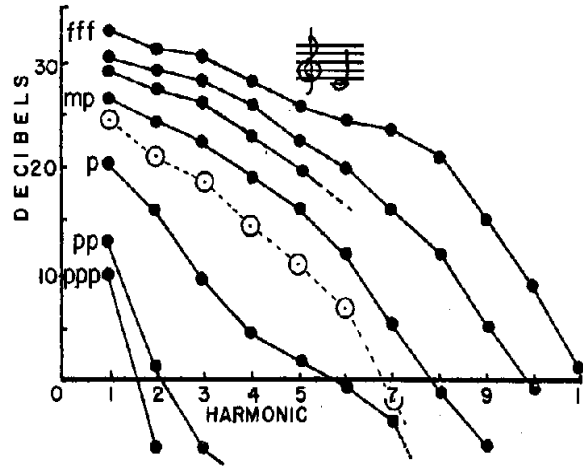


FIG. 1.7 – Enveloppe du spectre interne d'un Do4 joué à différents niveaux, d'après [10]

Nous voyons clairement sur la figure 1.7 qu'en jouant plus doucement (à partir de *p*), les harmoniques de plus haute fréquence s'affaiblissent plus rapidement que les autres. Au plus faible pianissimo (*ppp*) qui peut être maintenu par le musicien, le son interne ne contient presque rien au delà du fondamental.

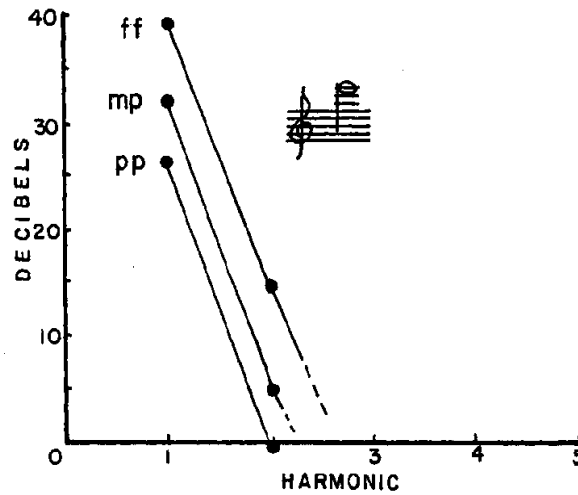


FIG. 1.8 – Enveloppe du spectre interne d'un Mi6 joué à différents niveaux, d'après [10]

Avec la figure 1.8, on aperçoit l'appauvrissement progressif du spectre au fur et mesure qu'on monte dans la gamme. Il faut ici faire le rapprochement avec la discussion précédente sur les figures 1.5 et 1.6.

Force est de constater que le spectre interne est à relier avec le nombre et l'importance des pics de

résonance participant aux oscillations. En effet, pour le Do4, on a vu (figure 1.5) que le régime d'oscillation est basé sur le deuxième des maximums d'impédance de la colonne d'air en collaboration avec les quatrième, sixième et huitième sommets de la courbe. Alors que pour le Mi6, seul un pic (pas très important de surcroît) y participe.

– Spectre externe :

Ce que l'on entend quand le musicien joue de la trompette est bien sûr différent du spectre interne. Les études de la transformation entre le spectre interne et celui obtenu avec un microphone placé à un endroit précis juste devant le pavillon montrent que le résultat n'est pas la même selon que les notes sont jouées fortes (*fff*) ou pas (*ppp*) (voir figure 1.9 d'après [10]).

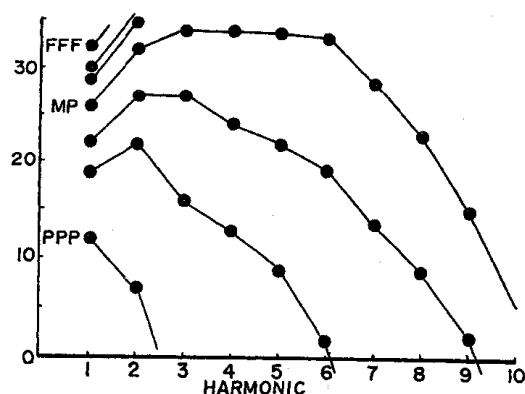


FIG. 1.9 – Enveloppe du spectre externe d'un Do4 joué à différents niveaux, d'après [10]

On remarque aisément ici l'analogie avec la courbe d'impédance du Do4 (figure 1.5) et son spectre externe (figure 1.9). En effet, la contribution plus importante de certains pics par rapport au fondamental quand la note est jouée fort, correspond à l'influence des 4^{ème}, 6^{ème} et 8^{ème} pics d'impédance plus important que le 2^{ème}. La figure 3.2 montre des mesures expérimentales faites par Christophe Vergez à l'aide d'un microphone placé devant le pavillon, elle nous confirme la forme du spectre obtenu précédemment (lorsque la note est jouée fort).

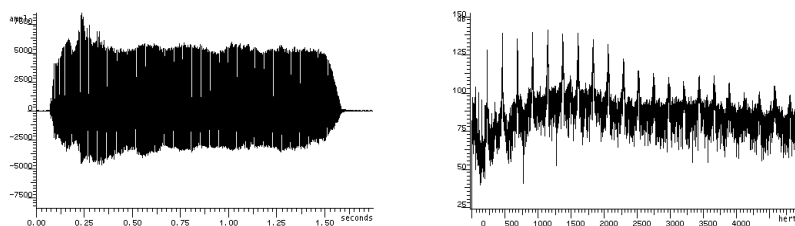


FIG. 1.10 – Analyses à partir d'un do grave (C4, 261 Hz, mode 2) joué fort par un trompettiste. La partie gauche de la figure montre le signal temporel enregistré, la partie droite son spectre d'amplitude.

Récapitulons notre compréhension globale de l'acoustique de la trompette abordée dans ce chapitre. La production du son est due à l'interaction de trois phénomènes :

- la vibration des lèvres
- la propagation et la réflexion dans le conduit
- le couplage non-linéaire par l'écoulement entrant dans le tuyau

La source d'énergie est la pression dans la bouche, une question essentielle est de comprendre comment elle génère une oscillation, et en régime permanent la relation entre le spectre harmonique et les résonances qui peuvent être inharmoniques. La colonne d'air est généralement traitée comme un système linéaire (sauf lorsque l'on joue très fort car il y a alors des ondes de choc qui se créent) et son rôle dans la génération du son est caractérisé par une seule fonction : l'impédance d'entrée comme une fonction de la fréquence. De ce fait, beaucoup d'études ont été réalisées sur les impédances d'entrée. C'est un bon point de départ pour l'analyse de l'instrument et pour discuter sur la façon d'en améliorer les performances. On cherche donc à trouver ces impédances, en particulier pour quelles fréquences elles sont maximales.

L'objectif de mon stage est notamment de vérifier par la théorie ce que Benade avait pressenti. Pour cela, on utilisera plusieurs méthodes de calculs de l'impédance d'entrée et de la courbe enveloppe, présentées au chapitre suivant. La recherche de formules approchées est une étape importante de mon stage car cela nous permet de simplifier considérablement le problème. La relation entre ces courbes et le spectre de la trompette (obtenu par la méthode de l'équilibrage harmonique), déjà abordé par Benade dans [10], est un des objectifs majeurs de mon étude. Puis, en faisant varier les paramètres géométriques de l'embouchure, on observe les modifications alors engendrées sur le spectre interne et externe, tout en gardant à l'esprit qu'il est nécessaire d'ajuster la forme de la colonne d'air pour placer les pics d'impédance d'entrée aux fréquences qui coopèrent bien dans la formation des divers régimes d'oscillation mais aussi qu'il faut arranger convenablement les hauteurs relatives des pics de résonance pour faciliter le jeu. Nous n'avons pas pu confronter les résultats obtenus à l'expérience car il y a eu du retard dans l'installation d'un banc de mesure sur bouche artificielle.

Chapitre 2

Calcul de l'impédance d'entrée et de sa courbe enveloppe

2.1 Hypothèses

Il est important de noter que l'on se restreint à l'acoustique linéaire et au cas des ondes planes, ondes se propageant selon une direction $\vec{n}_0$ (axe de symétrie de révolution de l'instrument) et invariantes selon les directions orthogonales à $\vec{n}_0$. Si on monte trop haut en hautes fréquences, il existe des ondes transverses propagatives qui viennent s'ajouter aux ondes planes et le modèle n'est plus valide. Par exemple, si le diamètre du pavillon en bout de tube est d'environ 12.2 cm, on obtient une fréquence limite de 1393 Hz. Nous avons vu dans le premier chapitre que cette fréquence correspondait à la 10^{ème} fréquence de résonance de la courbe d'impédances d'entrée, qui est très difficile à faire sonner. Dans une optique musicale, l'approximation ondes planes n'est donc pas trop gênante, au moins pour les premiers harmoniques des notes jouées. De plus, ce sont les fréquences proches de la résonance de l'embouchure (vers 700 Hz) qui nous intéressent principalement dans notre étude.

On peut prendre en compte les pertes dans les couches limites. La dissipation, calculée selon la théorie de Kirchhoff sur les pertes visco-thermiques dans les conduits (cf [18]), est contenue dans le nombre d'onde $k(\omega)$, donné par (voir [2]) :

$$k(\omega) = \frac{\omega}{c} \left(1 - j\alpha_1 \frac{1}{R(x)} \sqrt{\frac{cl_v}{\omega}} \right)$$

où $R(x)$ est le rayon du tuyau au point x , l_v est le libre parcours moyen du fluide pour les effets visqueux et α_1 le coefficient des pertes visco-thermiques (ici égal à 1,044). La dispersion n'a pas été prise en compte dans notre étude.

Rappelons que lorsque le nombre d'onde est réel, le milieu de propagation est non dissipatif, et à l'inverse, lorsqu'il est complexe, le milieu est dissipatif. D'autre part, comme le modèle est à une dimension, la pression acoustique et la vitesse sont moyennées sur la section transversale du conduit.

2.2 Méthode de l'impédance ramenée

Intéressons nous tout d'abord à la méthode d'impédance ramenée qui est analogue au formalisme des lignes de transmissions électriques. Cette méthode détaillée et confrontée à l'expérience dans [1] considère l'instrument comme une série de tronçons de tuyaux cylindriques et coniques. L'impédance d'entrée est calculée en commençant avec l'impédance en champ libre (impédance de rayonnement) puis en procédant à l'envers : du pavillon à l'embouchure (voir figure 2.1). Cela nous donne donc l'impédance d'un guide d'ondes en un point à partir de l'impédance en un autre point et de la distance les séparant.

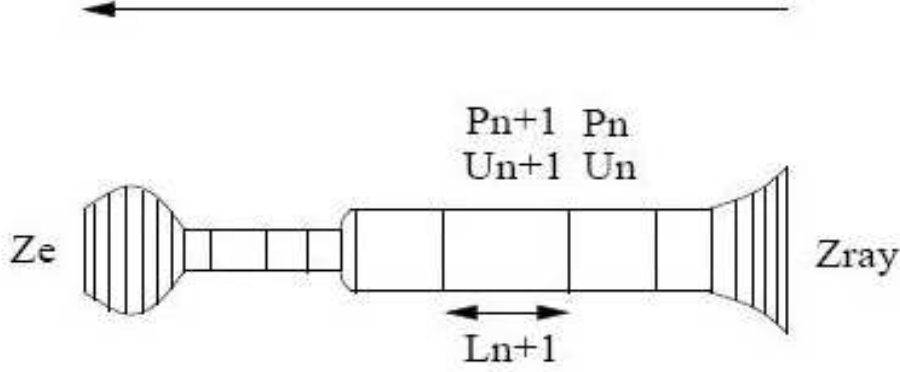


FIG. 2.1 – Schéma de découpage du résonateur de trompette, proportions non respectées. D'après [17]

Lors d'un changement de section, débit et pression moyenne sur la section sont supposés continus (calculs détaillés dans [2]). Présentons ici le cas de tronçons cylindriques.

Les solutions générales au point $n+1$, peuvent être écrites en fonction des valeurs de P et de U au point n comme suit (d'après [17]) :

$$\begin{pmatrix} P_{n+1}(w) \\ U_{n+1}(w) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(k_{n+1}(w)L_{n+1}) & jZ'_{n+1} \sin(k_{n+1}(w)L_{n+1}) \\ \frac{j}{Z'_{n+1}} \sin(k_{n+1}(w)L_{n+1}) & \cos(k_{n+1}(w)L_{n+1}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_n(w) \\ U_n(w) \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

où Z'_{n+1} est l'impédance caractéristique correspondant à la section S_{n+1} :

$$Z'_{n+1} = \frac{\rho c}{S_{n+1}}$$

Avec l'hypothèse de symétrie de révolution, on a : $S_{n+1} = \pi r_{n+1}^2$.

Cette matrice de transfert permet d'obtenir Z_{n+1} en fonction de Z_n . En effet, d'après 2.1 :

$$\frac{P_{n+1}}{U_{n+1}} = \frac{\frac{P_n}{U_n} + jZ'_{n+1} \tan(k_{n+1}L_{n+1})}{j\frac{P_n}{U_n} \frac{\tan(k_{n+1}L_{n+1})}{Z'_{n+1}} + 1} \quad (2.2)$$

2.2.1 Confrontation expérience/théorie

Des mesures d'impédance d'entrée d'instruments réels ont déjà été effectuées. Une des techniques décrites dans [1] est celle du débit volumique d'entrée constant. Elle consiste à faire varier la fréquence d'une excitation sinusoïdale tout en maintenant un débit volumique constant à l'entrée du système, grâce à un tube capillaire de grande résistance acoustique. La pression, mesurée à l'aide d'un microphone, est alors directement proportionnelle à l'impédance d'entrée du résonateur dans le domaine fréquentiel. Cette expérience a été réalisée dans la chambre anéchoïque de l'IRCAM (Institut de Recherche et Coordination Acoustique/Musique) avec des conduits cylindriques et coniques dans un premier temps, puis avec de vrais instruments de musique, comme la trompette et le trombone.

Les calculs d'impédances d'entrées théoriques [1], obtenus par résolution numérique, ont été réalisés pour le cas des ondes planes (éléments cylindriques), mais également des ondes sphériques (éléments coniques). La comparaison entre les résultats théoriques et expérimentaux pour les fréquences des pics d'impédance, ainsi que leurs amplitudes montre une excellente cohérence sur les fréquences et une erreur qui reste acceptable pour les amplitudes. Pour le trombone, l'erreur sur les fréquences des pics d'impédance est de 0.36% et de 14.3% pour les amplitudes.

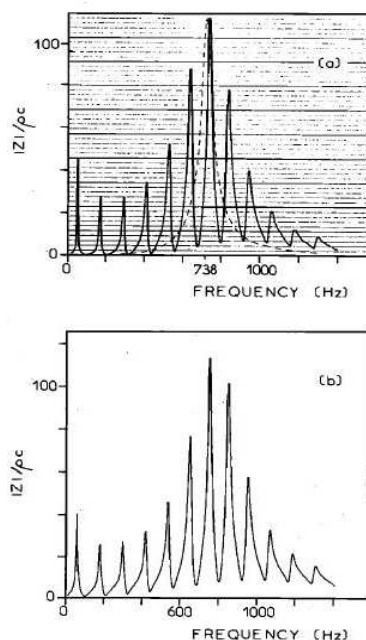


FIG. 2.2 – Impédance d'entrée d'un tube cylindrique avec une embouchure de trompette Bach 7E. Où (a) est d'après l'expérience et (b) d'après la méthode de l'impédance ramenée (d'après [1]).

Ces expériences permettent ainsi de valider le modèle théorique de calcul d'impédance par la formulation en ligne de transmission.

Lors de mon stage, j'ai utilisé TUBELAB qui est un programme basé sur la théorie des lignes de transmission. Cela m'a permis de pouvoir faire varier les sections correspondant à l'embouchure et au pavillon afin de comparer les différents résultats pour essayer d'en dégager l'influence de la géométrie de l'instrument sur ses courbes d'impédance d'entrée.

Sur la figure 2.3 nous pouvons voir le module de l'impédance d'entrée pour une trompette avec pavillon obtenue avec TUBELAB, la dispersion a été ignorée et le rayonnement pris égal à zéro.

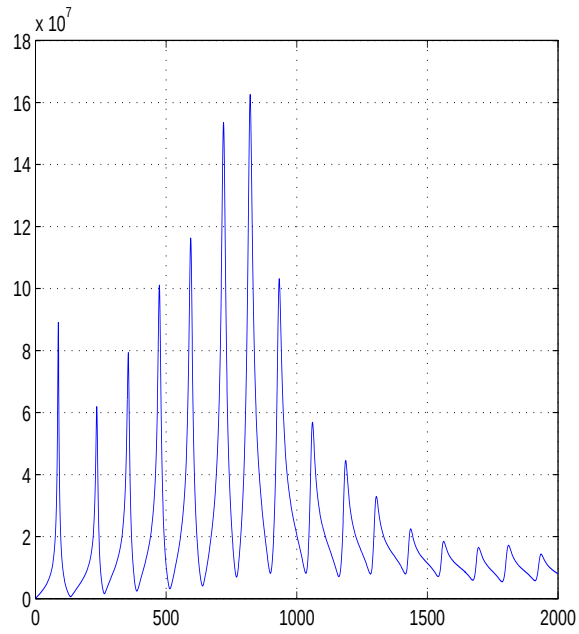


FIG. 2.3 – Module de l'impédance d'entrée en fonction de la fréquence (Hertz) pour une trompette avec pavillon obtenue avec TUBELAB, la dispersion a été ignorée et le rayonnement pris égal à zéro.

2.3 Décomposition modale

Une autre méthode utilisée pour le calcul de l'impédance d'entrée est la décomposition modale. On en trouve une présentation détaillée dans [2] ou [5], seules les grandes lignes sont abordées dans ce rapport.

En premier lieu nous devons trouver les modes présents et les fréquences propres de notre système complet. Nous nous intéressons tout d'abord au cas de trois cylindres mis en série (simplification de la géométrie de la trompette sans pavillon, voir figure 2.4). L'étude de l'embouchure raccordée à l'instrument sera abordée dans le deuxième paragraphe de ce chapitre.

2.3.1 Cas de trois tuyaux cylindriques mis en série

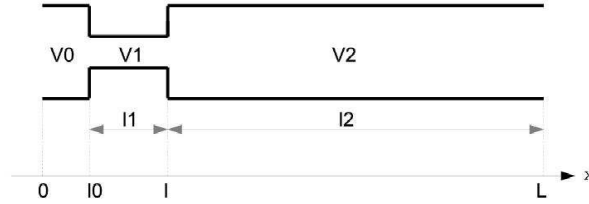


FIG. 2.4 – Trompette sans pavillon schématisée par trois tuyaux cylindriques

Calcul des modes et des fréquences propres Commençons par étudier la méthode de décomposition modale pour trois tuyaux cylindriques mis en série (voir figure 2.4). On cherche ici à simplifier la géométrie de l'embouchure pour nous permettre de trouver des approximations plus facilement que sur la géométrie réelle. Pour rester le plus proche de la géométrie réelle on prend le volume V_0 du premier cylindre égal à celui de la cuvette de l'embouchure, le volume V_1 du deuxième égal à celui de la queue de l'embouchure et celui du troisième au reste du résonateur de la trompette (de volume V_2). On cherche aussi à conserver la masse acoustique $M_1 = \frac{l_1}{S_1}$ de la queue :

Pour le cylindre 1 :

$$\begin{aligned} l_0 &= 0,0146m \\ r_0 &= 0,0056m \\ S_0 &= 9,93 \cdot 10^{-05} m^2 \\ V_0 &= 1,45 \cdot 10^{-06} m^3 \end{aligned}$$

Pour le cylindre 2 :

$$\begin{aligned} l_1 &= 0,0724m \\ r_1 &= 0,0029m \\ S_1 &= 2,64 \cdot 10^{-05} m^2 \\ V_1 &= 2,43 \cdot 10^{-06} m^3 \end{aligned}$$

Pour le cylindre 3 :

$$\begin{aligned} l_2 &= 0,703m \\ r_2 &= 0,005m \\ S_2 &= 7,854 \cdot 10^{-05} m^2 \\ V_2 &= 5,52 \cdot 10^{-05} m^3 \end{aligned}$$

Nous devons commencer par chercher les fréquences propres ($\omega_n = ck_n$) de notre système dans chaque cylindre.

On cherche à résoudre l'équation de Helmholtz avec la source en $x_s = 0$, pour cela on considère le tuyau fermé en $x = 0$ (ce qui correspond à une condition de Neumann), ainsi on choisit :

si $x < l_0$

$$\Phi_n(x) = \cos(k_n(x)) \quad (2.3)$$

de ce fait on a bien une amplitude maximale (égale à 1) et une vitesse nulle en $x = 0$ (condition de Neumann). On en déduit

$$\Phi'_n(x) = -k_n \sin(k_n(x))$$

de part les conditions de continuités, on a
si $l_0 \leq x \leq l$

$$\Phi_n(x) = \cos(k_n l_0) \cos(k_n(l_0 - x)) + \frac{S_0}{S_1} \sin(k_n l_0) \sin(k_n(l_0 - x))$$

d'où en $x = l$

$$\Phi_n(l) = \cos(k_n l_0) \cos(k_n(l_1)) - \frac{S_0}{S_1} \sin(k_n l_0) \sin(k_n(l_1)) \quad (2.4)$$

on en déduit

$$\Phi_n'(x) = k_n[\cos(k_n l_0) \sin(k_n(l_0 - x)) - \frac{S_0}{S_1} \sin(k_n l_0) \cos(k_n(l_0 - x))]$$

ce qui nous donne en $x = l$

$$\Phi_n'(l) = -k_n[\cos(k_n l_0) \sin(k_n(l_1)) + \frac{S_0}{S_1} \sin(k_n l_0) \cos(k_n(l_1))] \quad (2.5)$$

On a une condition de Dirichlet à la sortie du troisième cylindre (pression nulle), d'où :
si $l \leq x \leq L$

$$\Phi_n(x) = a_n \sin(k_n(L - x))$$

ainsi on a bien une pression nulle en sortie ($x = L$) ce qui nous donne en $x = l$:

$$\Phi_n(l) = a_n \sin(k_n l_2) \quad (2.6)$$

A la discontinuité, on a continuité du débit :

$$S_1(\partial_x \Phi_n)^- = -a_n k_n \cos(k_n l_2) S_2 \quad (2.7)$$

En faisant la division de 2.6 par 2.7, on obtient :

$$\tan(k_n l_2) = \frac{-\Phi_n(l)}{S_1^{-}(\partial_x \Phi_n)^-} k_n S_2 \quad (2.8)$$

En mettant 2.4 et 2.5 dans 2.8, on arrive à l'équation des fréquences propres :

$$\tan(k_n l_2) = \frac{\cos(k_n l_0) \cos(k_n l_1) - \frac{S_0}{S_1} \sin(k_n l_0) \sin(k_n l_1)}{S_1 k_n (\cos(k_n l_0) \sin(k_n l_1) + \frac{S_0}{S_1} \sin(k_n l_0) \cos(k_n l_1))} k_n S_2 \quad (2.9)$$

Cette équation ne possède pas de solutions analytiques. Nous allons utiliser une méthode dite graphique. Ceci consiste à résoudre :

$$f(k_n) = 0$$

où

$$f(k_n) = \tan(k_n l_2) - \frac{\cos(k_n l_0) \cos(k_n l_1) - \frac{S_0}{S_1} \sin(k_n l_0) \sin(k_n l_1)}{S_1 k_n (\cos(k_n l_0) \sin(k_n l_1) + \frac{S_0}{S_1} \sin(k_n l_0) \cos(k_n l_1))} k_n S_2$$

d'après 2.9. J'ai programmé cette méthode sous Matlab, celle-ci nous donne d'excellents résultats (voir 2.5).

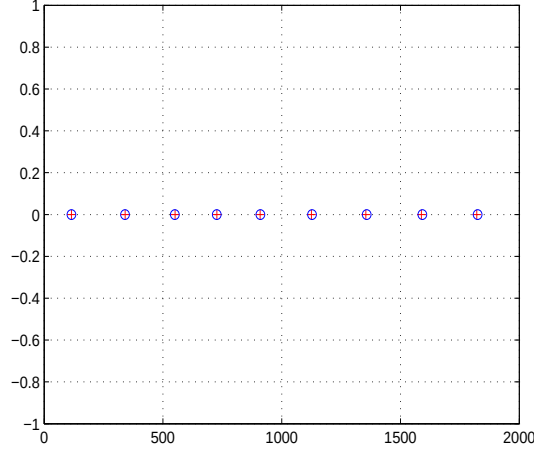


FIG. 2.5 – Comparaison des fréquences propres obtenues par la décomposition modale d'après 2.9 (représentées par des croix) et par TUBELAB (représentées par des ronds)

Calcul des courbes d'impédances et de leurs enveloppes Maintenant que l'on connaît les fréquences propres ($\omega_n = ck_n$) obtenues par la méthode précédente, on injecte $P(x) = \sum A_n \Phi_n(x)$ dans l'équation de Helmholtz, ce qui nous donne, après des calculs utilisant l'orthogonalité, l'impédance d'entrée de notre système (voir [2]) :

$$Z = j\omega\rho c^2 \sum_n \frac{1}{\Lambda_n} \frac{\Phi_n(x)\Phi_n(x_s)}{\omega_n^2 + j\omega\omega_n \frac{1}{Q_n} - \omega^2} \quad (2.10)$$

où, $\frac{1}{Q_n} = 2\beta \frac{\Lambda'_n}{\Lambda_n} \frac{c}{\omega_n}$ et $\beta = \alpha_1 \sqrt{\frac{\omega l_v}{c}}$
avec $\Lambda_n = \int_0^L S(x) \Phi_n^2(x) dx$ et $\Lambda'_n = \pi \int_0^L r(x) \Phi_n^2(x) dx$

- On remarque alors que pour chaque mode, cette impédance est le produit :
- d'un facteur lié à la géométrie, dû aux réflexions engendrées par le changement de section, proportionnel à Λ_n^{-1} .
 - d'un facteur lié à la dissipation, proportionnel à $\frac{Q_n}{\omega_n}$ à la résonance.

Utilisons la méthode d'orthogonalité. Pour cela calculons le facteur Λ_n , qui d'après [2], est aussi égal à :

$$2\Lambda_n = \int_0^L S(x)[\Phi_n^2(x) + k_n^{-2}\Phi_n'^2(x)]dx \quad (2.11)$$

Or, maintenant nous connaissons les modes dans chaque portion du cylindre, soit :

$$\int_0^{l_0} S(x)[\Phi_n^2(x) + k_n^{-2}\Phi_n'^2(x)]dx = \int_0^{l_0} S(x) = V_0$$

$$\begin{aligned} \int_{l_0}^l S(x)[\Phi_n^2(x) + k_n^{-2}\Phi_n'^2(x)]dx &= \cos^2(k_n l_0) + \frac{S_0^2}{S_1^2} \sin^2(k_n l_0) \int_{l_0}^l S(x) \\ &= V_1 [\cos^2(k_n l_0) + \frac{S_0^2}{S_1^2} \sin^2(k_n l_0)] \end{aligned}$$

$$\int_l^L S(x)[\Phi_n^2(x) + k_n^{-2}\Phi_n'^2(x)]dx = V_2 a_n^2$$

On obtient ainsi :

$$2\Lambda_n = V_0 + V_1 [\cos^2(k_n l_0) + \frac{S_0^2}{S_1^2} \sin^2(k_n l_0)] + V_2 a_n^2 \quad (2.12)$$

où

$$a_n^2 = \Phi_n^2(l) + \frac{S_1^2}{S_2^2} \frac{1}{k_n^2} \Phi_n'^2(l) \quad (2.13)$$

après calculs, on obtient :

$$\begin{aligned} a_n^2 = & (\cos(k_n l_0) \cos(k_n l_1) - \frac{S_0}{S_1} \sin(k_n l_0) \sin(k_n l_1))^2 \\ & + \frac{S_1^2}{S_2^2} (\sin(k_n l_1) \cos(k_n l_0) + \frac{S_0}{S_1} \sin(k_n l_0) \cos(k_n l_1))^2 \end{aligned} \quad (2.14)$$

Un des objectifs principaux de mon travail a été de sortir des équations 2.12 et 2.14 une formule simplifiée permettant d'obtenir une bonne approximation de la courbe enveloppe.

Considérant l'approximation des constantes localisées basée sur le fait que $kl_0 \ll 1$ et $kl_1 \ll 1$, nous pouvons effectuer un développement limité à l'ordre 2 de 2.12 et 2.14 :

$$2\Lambda_n = V_0 + V_1[1 - k_n^2 l_0^2 + \frac{S_0^2}{S_1^2} k_n^2 l_0^2] + V_2[(1 - \frac{k_n^2 l_0^2}{2})(1 - \frac{k_n^2 l_1^2}{2}) - \frac{S_0}{S_1}(k_n l_0)(k_n l_1)]^2 + \frac{S_1^2}{S_2^2}[(k_n l_1)(1 - \frac{k_n^2 l_0^2}{2}) + \frac{S_0}{S_1}(k_n l_0)(1 - \frac{k_n^2 l_1^2}{2})]^2 \quad (2.15)$$

Tous les termes de 2.15 n'ont pas la même influence sur le résultat final. Du fait que $l_0 < l_1$, on peut faire l'approximation $\cos(k_n l_0) = 1$, ce qui nous donne :

$$2\Lambda_n = V_0 + V_1[1 + \frac{S_0^2}{S_1^2} k_n^2 l_0^2] + V_2[(1 - \frac{k_n^2 l_1^2}{2}) - \frac{S_0}{S_1}(k_n l_0)(k_n l_1)]^2 + \frac{S_1^2}{S_2^2}[(k_n l_1) + \frac{S_0}{S_1}(k_n l_0)(1 - \frac{k_n^2 l_1^2}{2})]^2$$

Sachant que $V_1 = S_1 l_1$ et notant $M_1 = \frac{l_1}{S_1}$ (de même pour V_2 et M_2), on arrive à la formule suivante :

$$2\Lambda_n = V_{emb} + k_n^2 M_1 V_0^2 + V_2(1 - \frac{k_n^2 l_1^2}{2} - k_n^2 M_1 V_0)^2 + M_2 k_n^2 (V_{emb} - \frac{k_n^2 l_1^2 V_0}{2})^2 \quad (2.16)$$

Maintenant que nous avons une formule simplifiée du Λ_n , reprenons la formule d'impédance 2.10

$$Z = j\omega\rho c^2 \sum_n \frac{1}{\Lambda_n} \frac{\Phi_n(x)\Phi_n(x_s)}{\omega_n^2 + j\omega\omega_n \frac{1}{Q_n} - \omega^2}$$

Comme on cherche l'impédance d'entrée, on se place en $x = x_s = 0$. D'après 2.3, on a $\Phi_n(0) = 1$. De plus, lorsque l'on cherche la courbe enveloppe, on se place à la résonance $\omega = \omega_n$. Dans la littérature [2], on trouve une approximation de Λ'_n . Ainsi comme $l_2 > l_1$, on peut considérer que les pertes (contenues dans Q_n donc notamment dans le rapport $\frac{\Lambda'_n}{\Lambda_n}$) sont essentiellement présentes dans le troisième tuyau cylindrique, d'où :

$\Lambda'_n \approx \frac{\Lambda_n}{r_2}$. Ainsi, en développant 2.10 on arrive à l'équation suivante 2.17, qui nous donne la courbe enveloppe :

$$\text{enveloppe}(k) = \sum_k \frac{1}{\Lambda_n} \frac{\rho c r_2}{2\alpha_1 \sqrt{k l_v}} \quad (2.17)$$

Pour être en adéquation avec les valeurs de TUBELAB, on travaille avec :

$c = 343,37 \text{ m/s}$, $\rho = 1,2047 \text{ N s}^2 \text{ m}^{-2}$ et $l_v = 4,37 \cdot 10^{-8} \text{ m}$. De plus nous avons supprimé le rayonnement et la dispersion dans TUBELAB.

On obtient les courbes enveloppes suivantes, ici comparées avec la courbe d'impédance d'entrée obtenue par TUBELAB superposée à celle obtenue par décomposition modale :

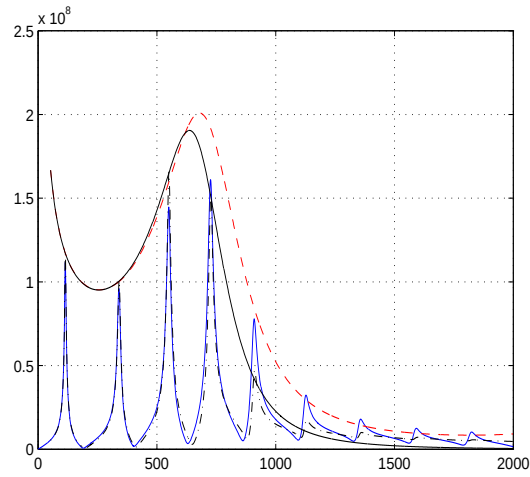


FIG. 2.6 – Comparaison du module de l'impédance d'entrée obtenue par TUBELAB (trait plein) superposée à celle trouvée par décomposition modale (pointillés) et des enveloppes obtenues par décomposition modale (en pointillés d'après 2.17 avec 2.12 et en trait plein d'après 2.17 avec 2.16)

Remarquons ici que la différence entre la courbe enveloppe et celle d'impédance aux fréquences aiguës (voir figure 2.6) vient du fait que l'enveloppe correspond aux maximums des pics quand la série modale est tronquée au seul mode résonant, la différence vient donc de l'oubli des autres modes.

Puis précisons que le formant est bien dû à la résonance de l'embouchure seule (comme on l'avait déjà remarqué sur la figure 1.4) :

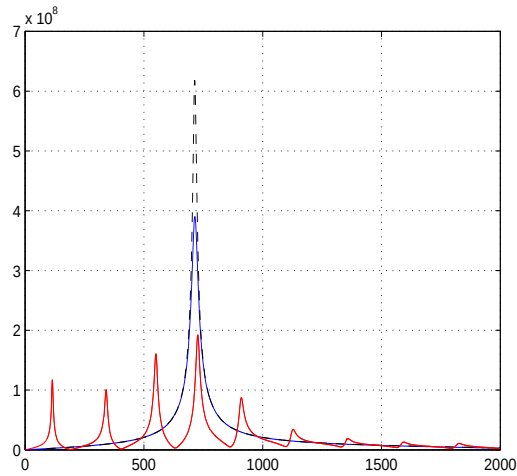


FIG. 2.7 – Superposition de la courbe d'impédance obtenue par décomposition modale avec celle de l'embouchure seule obtenue par TUBELAB (en trait plein) et par décomposition modale (en pointillés)

Vérifions maintenant si la petite différence d'amplitude observée sur la figure 2.6 après le formant n'est pas due à l'approximation $\Lambda'_n = \frac{\Lambda_n}{r_2}$. Calculons donc le Λ'_n à partir de la formule suivante :

$$\Lambda'_n = \int_0^L r(x) \Phi_n^2(x) dx$$

où,

$$a_n^2 = (\cos(k_n l_0) \cos(k_n l_1) - \frac{S_0}{S_1} \sin(k_n l_0) \sin(k_n l_1))^2 + \frac{S_1^2}{S_2^2} (\sin(k_n l_1) \cos(k_n l_0) + \frac{S_0}{S_1} \sin(k_n l_0) \cos(k_n l_1))^2$$

soit

$$\begin{aligned} \Lambda'_n = & \pi [r_0 \int_0^{l_0} \cos(k_n x)^2 dx \\ & + r_1 \int_{l_0}^l (\cos(k_n l_0) \cos(k_n (l_0 - x)) + \frac{S_0}{S_1} \sin(k_n l_0) \sin(k_n (l_0 - x))^2) dx \\ & + r_2 a_n^2 \int_l^L (\sin(k_n (L - x)))^2 dx] \end{aligned} \quad (2.18)$$

Cette fois ci, l'équation donnant la courbe enveloppe est la suivante :

$$\text{enveloppe}(k) = \sum_k \frac{1}{\Lambda'_n} \frac{\rho c}{2\alpha_1 \sqrt{k l_v}} \quad (2.19)$$

Après calculs, on obtient la courbe enveloppe suivante :

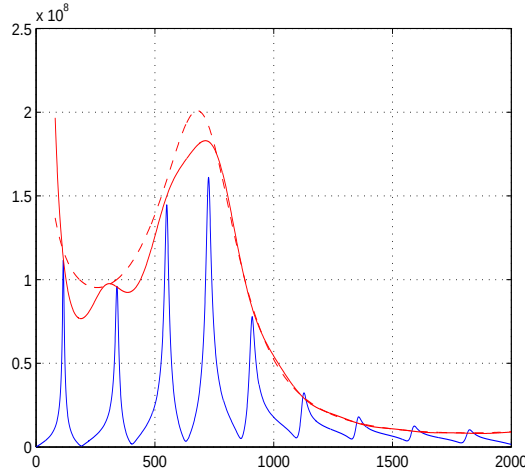


FIG. 2.8 – Comparaison de la courbe d'impédance d'entrée obtenue par TUBELAB et de l'enveloppe sans simplification obtenue à partir des équations 2.18 et 2.19 (en trait plein) superposée à l'enveloppe avec l'approximation sur Λ'_n obtenue par les équations 2.12 et 2.17

On peut voir que le coût de calcul nécessaire pour obtenir Λ'_n n'est pas très utile. En effet, l'approximation $\Lambda'_n = \frac{\Lambda_n}{r_2}$ qui nous permet d'obtenir la courbe enveloppe sur la figure 2.6 est satisfaisante.

La décomposition modale pour le cas de trois tuyaux cylindriques mis en série nous a permis de dégager sur un cas simple les approximations que nous pouvions nous permettre de faire afin de simplifier au mieux notre problème. Ceci va nous aider dans l'approche de la géométrie réelle de l'embouchure.

2.3.2 Géométrie réelle de l'embouchure



FIG. 2.9 – Géométrie de l'embouchure

– Calcul des modes et des fréquences propres

Dans le tuyau, on a une condition de Dirichlet à la sortie (pression nulle), d'où :
pour $l \leq x \leq L$ on a :

$$\Phi_n(x) = a_n \sin(kn(L - x))$$

ce qui nous donne en $x = l$:

$$\Phi_n(l) = a_n \sin(knl_2) \quad (2.20)$$

A la discontinuité, on a continuité de débit :

$$S^-(\partial_x \Phi_n)^- = -a_n k_n \cos(knl_2) S_2 \quad (2.21)$$

En faisant la division de 2.20 par 2.21, on obtient :

$$\tan(knl_2) = \frac{-\Phi_n(l)}{S^-(\partial_x \Phi_n)^-} k_n S_2 \quad (2.22)$$

Cherchons maintenant, les modes Φ_n dans l'embouchure :

On considère une condition de Neumann à l'entrée de la cuvette (vitesse nulle), d'où :
pour $0 \leq x \leq l_0$, on choisit :

$$\Phi_n(x) = 1 \quad (2.23)$$

pour $l_0 \leq x \leq l$, utilisons le débit en sortie de cuvette :

$$u(l_0) = -\frac{j\omega}{\rho c^2} V_0 p(l_0) \quad (2.24)$$

si on applique l'équation d'Euler dans la queue, en utilisant l'approximation de l'équation des pavillons, on a :

$$p(x) - p(l_0) = -j\omega\rho\left(\int_{l_0}^l \frac{dx}{S(x)}\right)u(l_0)$$

d'après 2.23 ($p(l_0) = 1$) et 2.24, on arrive pour $0 \leq x \leq l$ à :

$$\Phi_n(x) = 1 - k_n^2 V_0 M_1(x) \quad (2.25)$$

où $M_1(x) = \int_{l_0}^x \frac{dx}{S(x)}$ et $\rho M_1(x)$ est la masse acoustique entre l_0 et x .

Appliquons ce résultat à 2.22, ce qui nous donne l'équation des fréquences propres :

$$\frac{\tan(k_n l_2)}{S_2} - \frac{1}{k_n V_0} + k_n M_1 = 0 \quad (2.26)$$

Cette équation nous permet donc de trouver les fréquences propres, que l'on peut déjà comparer avec celles obtenues avec TUBELAB (cf figure 2.10).

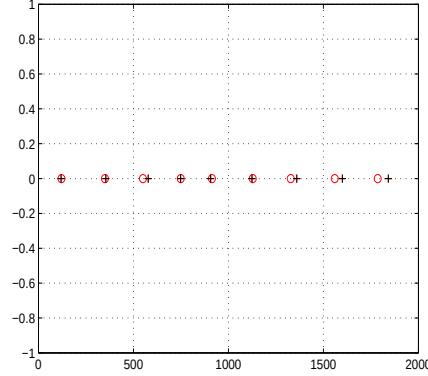


FIG. 2.10 – Comparaison des fréquences propres obtenues par la décomposition modale (représentées par des croix) et par TUBELAB (représentées par des ronds)

– Calcul des modes et des fréquences propres

Maintenant que l'on dispose des fréquences propres (dont les différences entre les deux méthodes sont dues au fait que l'on considère un débit uniforme dans la queue), on les introduit dans les équations 2.11 et 2.13. Avec l'approximation $S_2 \gg S^-$ on arrive à l'équation 2.27, mais le résultat n'est pas satisfaisant car le formant est bien trop important à la résonance (cf figure 2.11).

$$2\Lambda_n = V_{emb} + k_n^2 M_1 V_0^2 + V_2(1 - k_n^2 V_0 M_1)^2 \quad (2.27)$$

Si l'on tient compte du deuxième terme de a_n^2 (c.a.d que l'on ne néglige pas S^- devant S_2), l'équation de la courbe enveloppe est la suivante (d'après 2.13) :

$$\Lambda_n = 0.5(V_{emb} + k_n^2 V_0^2 (M_1 + M_2) + V_2(1 - k_n^2 V_0 M_1)^2) \quad (2.28)$$

où $M_2 = \frac{l_2}{S_2}$ et ρM_2 est la masse acoustique entre l et L .

Avec cette équation, le résultat est beaucoup plus convenable, si ce n'est le fait que le formant est accentué (figure 2.12) et que l'amplitude de la courbe enveloppe soit trop basse en hautes fréquences (sûrement dû aux approximations qui ne sont plus valides, notamment celle des constantes localisées, au delà d'une certaine fréquence).

Remarquons que le M_1 a été recalé par rapport à la fréquence de résonance de l'embouchure donnée par TUBELAB ($k_n = 13.97$) et de part la formule 2.27, à la résonance on a

$$1 - k_n^2 V_0 M_1 = 0$$

ce qui nous permet de trouver M_1 (étant donné que l'on connaît le volume de la cuvette V_0).

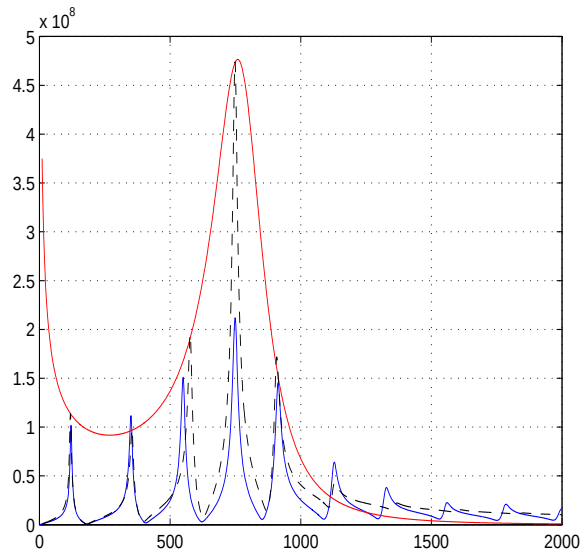


FIG. 2.11 – Comparaison du module de l'impédance d'entrée (en pointillés) et de son enveloppe obtenue par décomposition modale (d'après 2.27) et de la courbe d'impédance d'entrée calculée par TUBELAB (en trait plein)

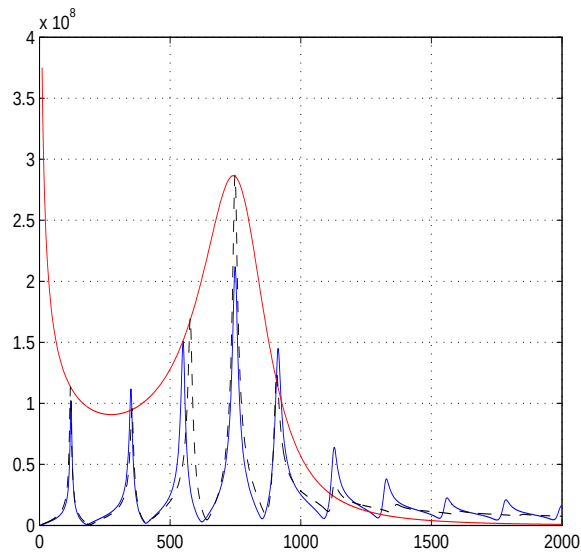


FIG. 2.12 – Comparaison du module de l'impédance d'entrée (en pointillés) et de son enveloppe obtenue par décomposition modale (d'après 2.28) et de la courbe d'impédance calculée par TUBELAB (en trait plein)

Rappelons que les résultats précédents ont été calculés pour une trompette sans pavillon. Toutefois, les courbes enveloppes précédentes restent cohérentes avec les courbes d'impédances d'entrée obtenues avec TUBELAB pour une trompette avec pavillon (voir figure 2.13).

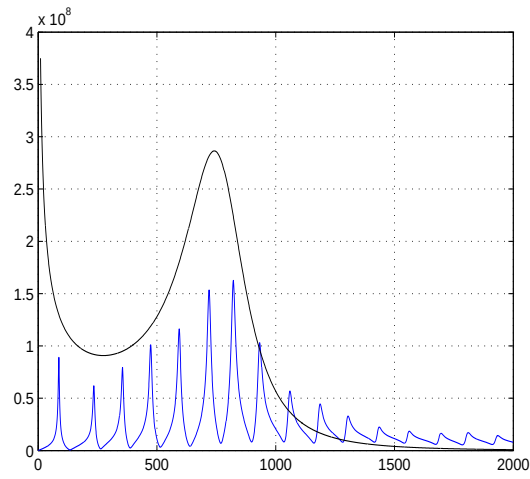


FIG. 2.13 – Comparaison de la courbe enveloppe obtenue par décomposition modale (d’après 2.28) pour une trompette sans pavillon et de la courbe d’impédance d’entrée calculée par TUBELAB pour une trompette avec pavillon

La méthode modale nous a permis de trouver une relation simple entre la courbe enveloppe des pics d’impédance et la géométrie de l’instrument. Dans le chapitre suivant, on présente l’étude des spectres externes et internes du son produit par l’instrument, en utilisant un logiciel d’équilibrage harmonique. L’intérêt de la méthode de décomposition modale est notamment de pouvoir dissocier les effets dus à la hauteur des pics de ceux dus à l’inharmonicité des fréquences de résonance, qui sont tous deux la conséquence des discontinuités de section.

Chapitre 3

Approche numérique du calcul des auto-oscillations

3.1 Méthode de l'équilibrage harmonique et présentation de HARM-BAL

L'équilibrage harmonique est une technique temps-fréquence de recherche des solutions périodiques stationnaires d'un système dynamique, utilisée ici pour l'étude des oscillations auto-entretenues des instruments à vents qui sont décrites par :

- une équation linéaire décrivant le résonateur
- une autre équation linéaire pour le comportement de l'excitateur
- un couplage non-linéaire.

Avec cette méthode, la partie linéaire est traitée dans le domaine fréquentiel et la partie non-linéaire dans le domaine temporel. Dans [3], ceci est décrit de la façon suivante :

$$Z_e(\omega)X_e(\omega) = X_c(\omega) \quad (3.1a)$$

$$X_c(\omega) = Z_r(\omega)X_r(\omega) \quad (3.1b)$$

$$F[x_c(t), x_e(t), x_r(t)] = 0 \quad (3.1c)$$

où

Z_e : l'impédance d'entrée de l'excitateur

Z_r : l'impédance d'entrée du résonateur

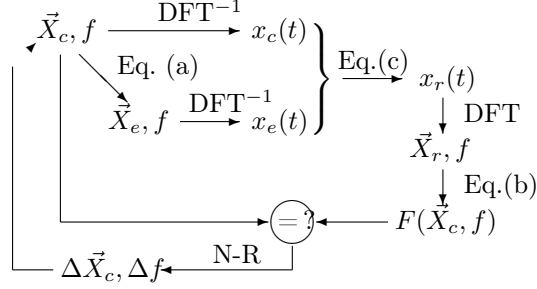
X_e : spectre décrivant la dynamique de l'excitateur

X_r : spectre décrivant la dynamique du résonateur

La technique de l'équilibrage harmonique est bien adaptée à la résolution des systèmes dynamiques non linéaires, pour la recherche d'un régime permanent de solutions périodiques. Cela nous permet d'avoir une analyse très fine du spectre, ce qui permet de mettre en évidence les modifications des fréquences de jeu et des amplitudes de chaque composante fréquentielle, produites par la variation d'un paramètre physique concernant l'excitation non-linéaire ou la géométrie même de l'instrument. Cet outil est ainsi très utilisé pour améliorer le modèle physique d'un instrument. Mais le désavantage principal de cette méthode est l'impossibilité de calculer les transitoires, que l'on ne prendra donc pas en compte dans notre étude.

Cette méthode a été mise en oeuvre par Snorre Farner au LMA dans un programme écrit en langage C : HARMBAL, dans lequel le spectre et la fréquence sont calculés par itérations successives suivant un algorithme de Newton-Raphson.

La méthode utilisée peut se résumer par le schéma suivant (d'après [3]) :



Une valeur de X_c et de f est choisie, puis d'après l'équation (3.1a) on obtient X_e , après être passé dans le domaine temporel on trouve $x_r(t)$ d'après (3.1c), puis en repassant dans le domaine fréquentiel, on retrouve X_c et f d'après (3.1b). On compare alors le résultat obtenu qui doit être identique à la valeur choisie au départ si celle-ci était la bonne, si ce n'est pas le cas, on itère la valeur de départ puis on recommence. Le nouvel itéré est proposé grâce à un schéma de Newton-Raphson.

Les équations doivent être adimensionnées pour être programmées dans HARMBAL. Dans [3], les solutions obtenues dans le cas de la clarinette sont comparées avec les résultats analytiques, ce qui prouve l'efficacité de cette méthode car la comparaison s'avère très bonne (surtout quand le nombre d'harmoniques considéré augmente). Plusieurs résultats sont également présentés dans [15].

3.1.1 Modèle de cuivre utilisé et adimensionnement

La production d'un son de cuivre correspond à une auto-oscillation du système dynamique qui met en jeu les lèvres de l'instrumentiste et la colonne d'air contenue dans l'instrument. Le mouvement des lèvres est entretenu par la réponse acoustique de l'instrument. Nous considérons pour notre étude un modèle simple de cuivre avec un résonateur cylindrique. Les équations sont adimensionnées selon la même démarche que celle présentée dans [6] pour les instruments à anche.

Lèvres Les lèvres sont assimilées à un système à un degré de liberté dont la dynamique est décrite par :

$$m\ddot{h} + r\dot{h} + k(h - H) = S_{eff}(p_b - p)$$

avec h la distance entre les lèvres et H cette distance au repos, k , r et m la raideur, la résistance et la masse des lèvres, S_{eff} la surface des lèvres soumise aux forces de pression, p_b la pression dans la bouche et p la pression aux lèvres.

Posons $y = h - H$, ce qui nous donne alors :

$$\ddot{y} + g_l\dot{y} + \omega_l^2 y = \frac{p_b - p}{\mu_l}$$

avec $\omega_l = \sqrt{\frac{k}{m}}$ la pulsation propre des lèvres, $g_l = \frac{r}{m}$ et $\mu_l = \frac{m}{S_{eff}}$ l'amortissement et la masse surfacique des lèvres.

Posons maintenant $y = H(z + \gamma)$ où $\gamma = \frac{p_b}{p_M}$ avec $p_M = \frac{Hk}{S_{eff}}$.

Ainsi on a $z = \frac{y}{H} - \gamma$, que l'on injecte dans l'équation précédente pour obtenir finalement l'équation de la dynamique des lèvres adimensionnée, avec $\tilde{p} = \frac{p}{p_M}$:

$$\ddot{z} + g_l\dot{z} + \omega_l^2 z = -\omega_l^2 \tilde{p} \quad (3.1)$$

L'équation 3.1 est passée dans le domaine fréquentiel par une transformée de Fourier. On obtient ainsi la fonction de transfert de l'excitateur que l'on rentre dans Harmbal :

$$T_e(\omega) = \frac{z(\omega)}{p(\omega)} = \frac{-\omega_l^2}{-\omega^2 + \omega_l^2 + j\omega g_l} \quad (3.2)$$

Ecoulement d'air entre les lèvres Un jet se crée à la sortie des lèvres qui permet de faire le couplage (non-linéaire) entre l'excitateur et le résonateur, avec plusieurs hypothèses (conservation de la masse, dissipation totale de l'énergie cinétique du jet dans l'embouchure, vitesse de l'écoulement dans la bouche négligeable devant celle du jet, pour plus de précision voir [6]) on peut écrire pour le débit :

$$U(t) = S_{ouv} \sqrt{\frac{2}{\rho}} (p_m - p) \operatorname{sgn}(p_m - p)$$

où $S_{ouv} = lh = l(y + H) = Hl(z + \gamma + 1)$ avec l la largeur des lèvres.

On travaille avec un débit adimensionné : $\tilde{U}(t) = \frac{Z_c U(t)}{p_M}$ avec Z_c l'impédance caractéristique de l'instrument. Ceci nous donne finalement pour le débit :

$$\tilde{U}(t) = \zeta(1 + \gamma + z) \sqrt{\gamma - \tilde{p}} \operatorname{sgn}(\gamma - \tilde{p}) \quad (3.3)$$

Le paramètre $\zeta = Z_c l H \sqrt{\frac{2}{\rho p_M}}$ caractérise l'embouchure (de l'ordre de 2 pour les cuivres pour une fréquence de résonance au voisinage de 200Hz).

Acoustique du résonateur On utilise ici l'impédance d'entrée calculée précédemment par décomposition modale. On doit de plus faire le lien (trouver la fonction de transfert pour obtenir la pression extérieure) entre la pression d'entrée et le débit de sortie. Présentons ici le calcul qui nous le donne.

D'après l'équation d'Euler, on a :

$$\partial p(x) = -\frac{j\omega\rho}{S_2} U(x) \quad (3.4)$$

or, pour $l \leq x \leq L$ on a :

$$\Phi_n(x) = a_n \sin(kn(L - x))$$

d'où

$$\Phi'_n(L) = -a_n kn \quad (3.5)$$

D'après 3.4 et 3.5, on obtient :

$$U_s(L) = \frac{a_n kn}{j\omega\rho} S_2 \quad (3.6)$$

D'après 2.10, on a :

$$\frac{\partial P(x=L)}{U_s(0)} = -j\omega\rho c^2 \sum_n \frac{1}{\Lambda_n} \frac{\Phi'_n(x_s=L)}{\omega_n^2 + j\omega\omega_n \frac{1}{Q_n} - \omega^2}$$

d'après 3.4 on arrive à :

$$\frac{U_s(L)}{U_s(0)} = S_2 c^2 \sum_n \frac{1}{\Lambda_n} \frac{a_n kn}{\omega_n^2 + j\omega\omega_n \frac{1}{Q_n} - \omega^2} \quad (3.7)$$

On s'intéresse particulièrement à la dérivée du débit de sortie, ce qui nous donne finalement comme fonction de transfert :

$$T = j\omega \frac{U_s(L)}{U_s(0)} = j\omega S_2 c^2 \sum_n \frac{1}{\Lambda_n} \frac{a_n k_n}{\omega_n^2 + j\omega \omega_n \frac{1}{Q_n} - \omega^2} \quad (3.8)$$

Les valeurs que l'on implémente dans Harmbal doivent être adimensionnées, pour cela on utilise les adimensionnements suivants :

On avait trouvé pour l'impédance d'entrée (2.10) :

$$Z = j\omega \rho c^2 \sum_n \frac{1}{\Lambda_n} \frac{\Phi_n(x) \Phi_n(x_s)}{\omega_n^2 + j\omega \omega_n \frac{1}{Q_n} - \omega^2}$$

On pose :

$$Z_{adim} = j\omega \sum_n \frac{A_n}{\omega_n^2 + j\omega \omega_n \frac{1}{Q_n} - \omega^2}$$

avec $A_n = \frac{\rho c^2}{\Lambda_n Z_{c2}}$, où $Z_{c2} = \frac{\rho c}{S_2}$ est l'impédance caractéristique du cylindre 2. On obtient ainsi

$$A_n = \frac{S_2 c}{\Lambda_n}$$

On écrit la fonction de transfert (3.8) de la façon suivante :

$$T = j\omega \frac{U_s(L)}{U_s(0)} = j\omega \sum_n \frac{B_n}{\omega_n^2 + j\omega \omega_n \frac{1}{Q_n} - \omega^2}$$

avec

$$B_n = S_2 c^2 \frac{a_n k_n}{\Lambda_n} = \omega_n A_n$$

Ce sont donc finalement les valeurs de A_n , B_n , Q_n et ω_n qui sont implémentées dans Harmbal, ainsi que les équations (3.2) et (3.3).

3.2 Spectre externe et spectre interne

Valeurs numériques Nous allons utiliser des valeurs expérimentales données par [8], qui sont calculées pour une fréquence de résonance proche de $200Hz$. Nous allons donc travailler avec :

$$H = 0.5mm, l = 10mm, \rho = 1.29Ns^2m^{-2}, r_0 = 0.00815m, \mu = 0.05kg.m^{-2}.$$

Ces valeurs nous donnent alors un ζ de l'ordre de 2 (pour une fréquence de résonance vers $200Hz$).

Démarche Précisons avant de présenter les résultats que le cylindre 2 a été rallongé (d'environ 30 cm) pour que cela se rapproche du cas avec pavillon, de plus le deuxième pic d'impédance est vers 250 Hz, ainsi en calant la fréquence de vibration des lèvres sur cette fréquence de résonance, on se rapproche du cas réel où le musicien joue un *Do4*.

Une remarque importante avant d'interpréter les spectres obtenus est que les valeurs en dB correspondent au cas où la pression externe et interne est adimensionnée par $P_0 = 1$ (où P_0 est la pression de plaquage). Cela implique que les différents résultats peuvent être comparés entre eux (mais spectre externe et interne séparément) mais qu'ils ne peuvent être assimilés à des valeurs réelles.

3.2.1 Présentation du cas de référence

Les résultats suivant vont nous servir de référence dans notre étude. On travaille ici avec un volume de cuvette $V_0 = 1,45.10^{-06}m^3$. Sur la figure 3.1, on peut observer un formant sur la courbe d'impédance aux alentours de $700Hz$. Celui-ci se retrouve sur le spectre externe et beaucoup moins sur le spectre interne (voir figure 3.2). Remarquons aussi que ce formant est accentué lorsque la pression dans la bouche augmente. Il est important de dire que la fréquence de jeu (donnée par Harmbal) est située vers $269Hz$, elle est donc supérieure à la deuxième fréquence de résonance du résonateur ($250Hz$). Notons aussi que cela correspond bien à un *Do4* avec une contribution importante des modes 2,4 et 6, correspondant aux 3 premières harmoniques de la note (déjà observé sur la figure 1.9 d'après [10])

Maintenant que nous avons des spectres de référence, on peut faire varier différents paramètres et observer les modifications alors engendrées.

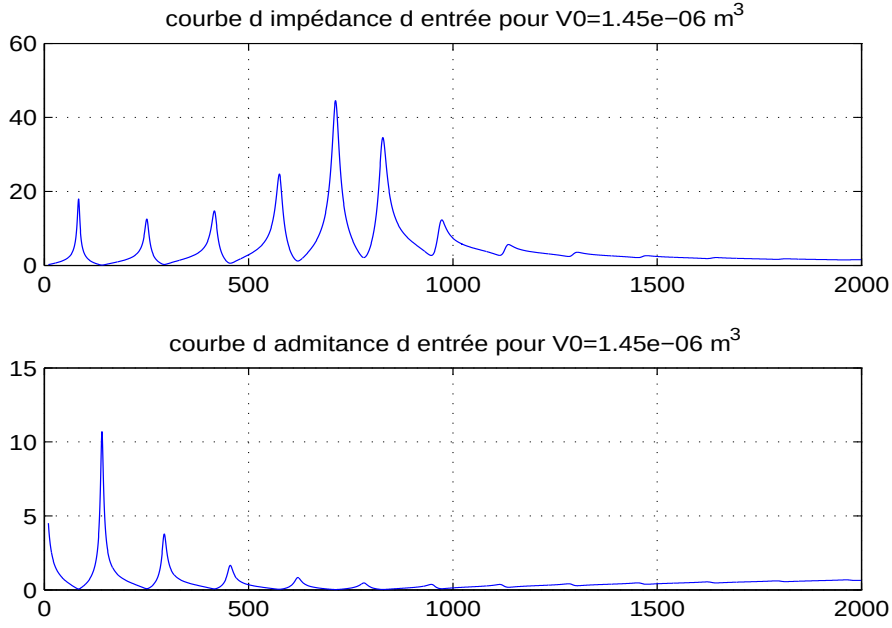


FIG. 3.1 – Module de l'impédance d'entrée et de l'admittance (adimensionnées par Z_{c2}) obtenues par décomposition modale

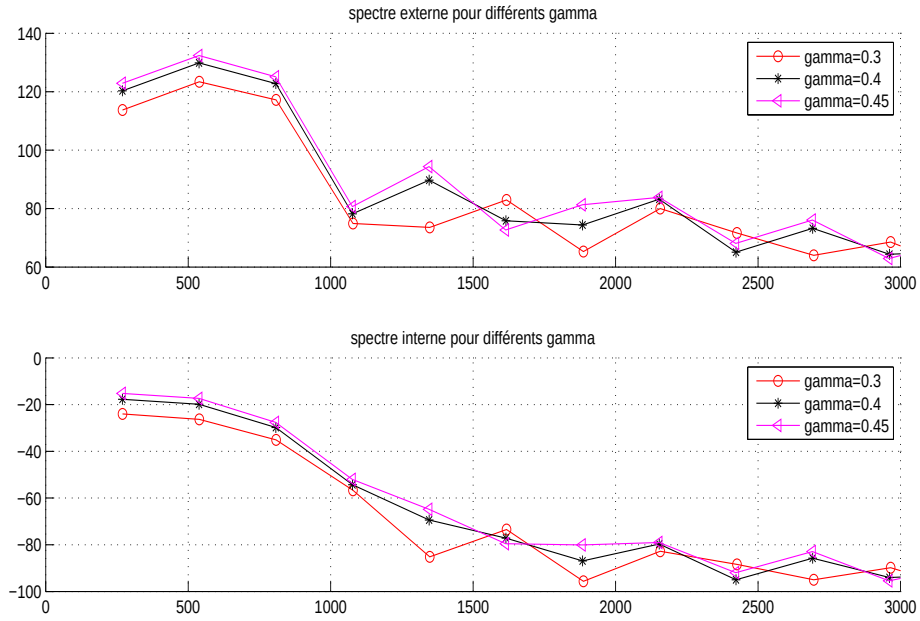


FIG. 3.2 – Spectre externe et interne pour différentes valeurs de gamma (pression dans la bouche) en fonction de la fréquence (en Hz). L'amplitude des spectres est donnée en dB ($20\log(\frac{P}{P_0})$, où $P_0 = 1$), elle est choisie arbitrairement

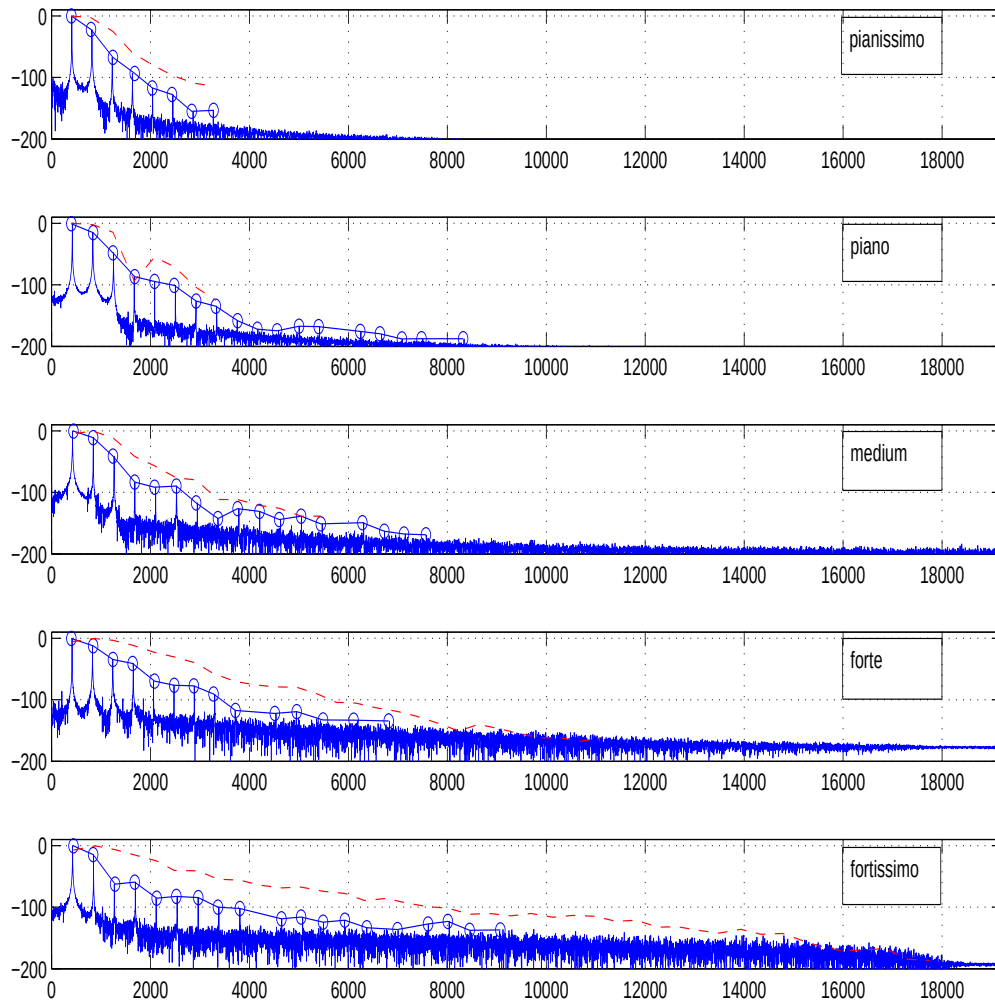


FIG. 3.3 – Résultats expérimentaux avec bouche artificielle présentés dans [16]. Comparaison du contenu fréquentiel entre la pression au pavillon (en pointillés) et la pression dans l’embouchure (traits pleins) pour différents niveaux de jeu en fonction de la fréquence (en Hz). L’amplitude des spectres est mesurée en dB où le zéro correspond au maximum. La note jouée est le quatrième mode d’une trompette Si^b (aucun piston enfoncé, note $Do5$)

La figure 3.3 nous permet de dire que notre cas de référence est cohérent avec la réalité. En effet on observe que le spectre interne change peu suivant les niveaux de jeu (ce qui se confirmera dans la suite de ce chapitre) et qu’un formant apparaît autour de 800Hz dans le spectre externe. On peut remarquer aussi que le spectre externe contient beaucoup plus de hautes fréquences que le spectre interne.

3.2.2 Modification du volume de l'embouchure

On diminue ici le volume de l'embouchure, on prend $V_0 = 1.10^{-06}m^3$. On observe sur la courbe d'impédance le déplacement du formant vers les hautes fréquences (voir figure 3.4). Sur le spectre externe, on constate l'apparition d'un formant aux alentours de $1500Hz$ pour les 5^{me} et 6^{me} harmoniques. Remarquons que ce formant augmente avec la pression dans la bouche (figure 3.5), on s'aperçoit aussi à l'aide de cette même figure qu'il n'y a pas de formant dans le spectre interne.

Ces tendances (apparition d'un formant dans le spectre externe vers les hautes fréquences lorsque V_0 diminue) se retrouvent sur les figures 3.7, 3.8 et 3.9 lorsqu'on diminue encore le volume de l'embouchure ($V_0 = 0,7.10^{-06}m^3$).

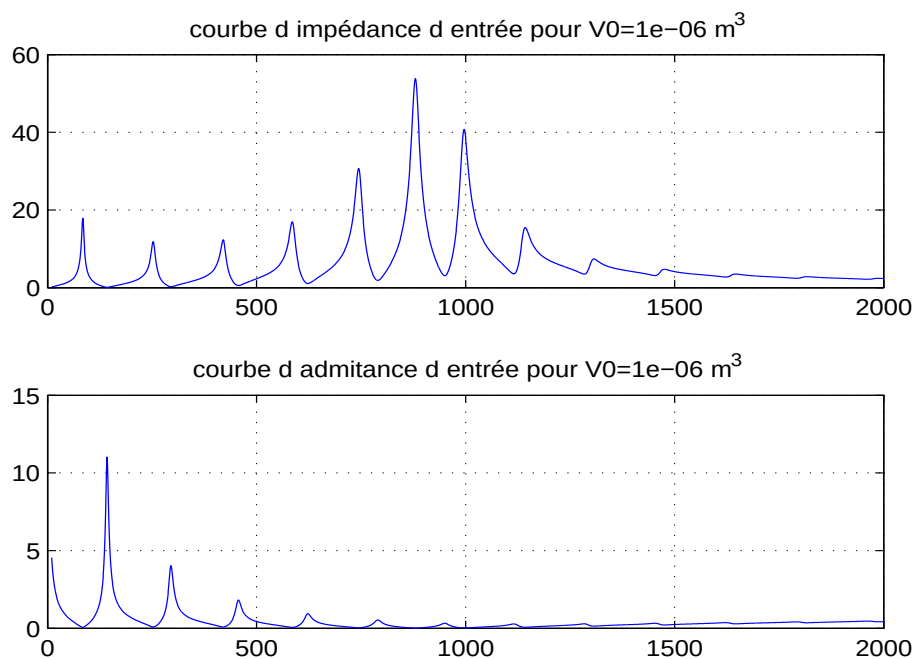


FIG. 3.4 – Module de l'impédance d'entrée et de l'admittance (adimensionnées par Z_{c2}) obtenues par décomposition modale pour un volume $V_0' = 1.10^{-06}m^3 < V_0$

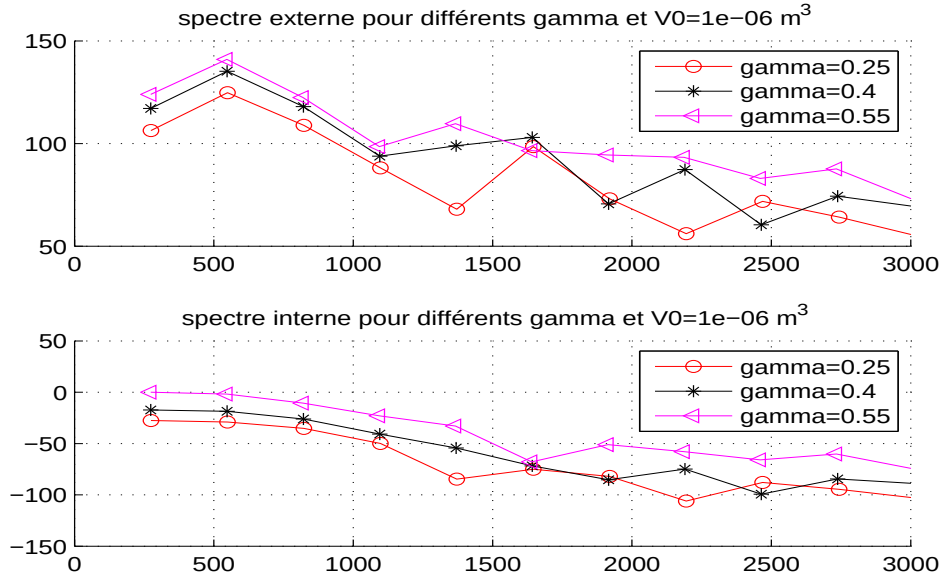


FIG. 3.5 – Spectre externe et interne pour différentes valeurs de gamma (pression dans la bouche) en fonction de la fréquence (en Hz) pour un volume de cuvette $V_0' = 1.10^{-06} m^3 < V_0$. L'amplitude des spectres est mesurée en dB ($20\log(\frac{P}{P_0})$, où $P_0 = 1$), elle est choisie arbitrairement.

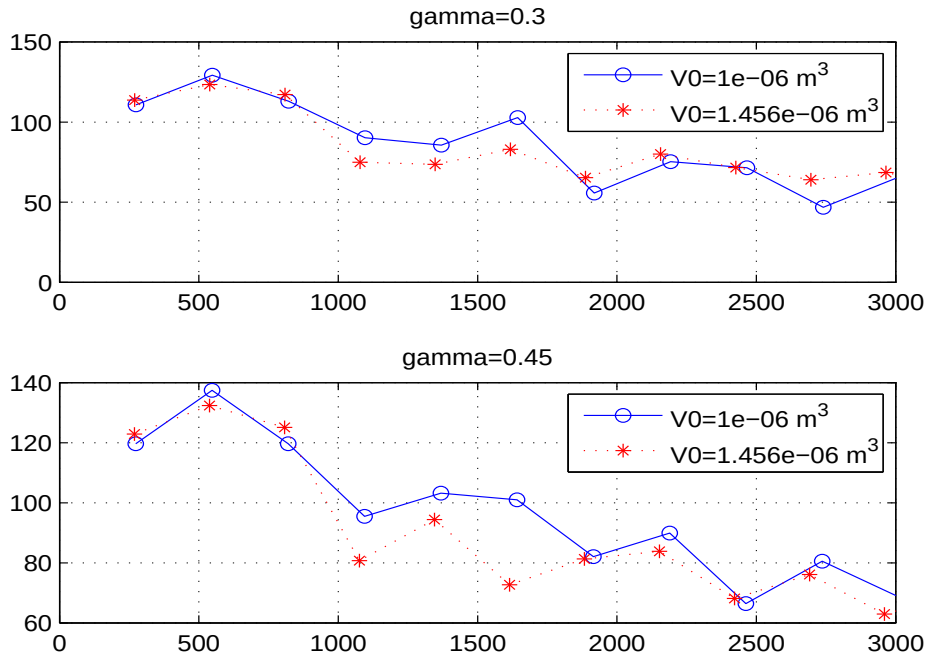


FIG. 3.6 – Comparaison du spectre externe pour 2 volumes d'embouchure différents ($V_0' = 1.10^{-06} m^3 < V_0$). L'amplitude des spectres est mesurée en dB ($20\log(\frac{P}{P_0})$, où $P_0 = 1$), elle est choisie arbitrairement.

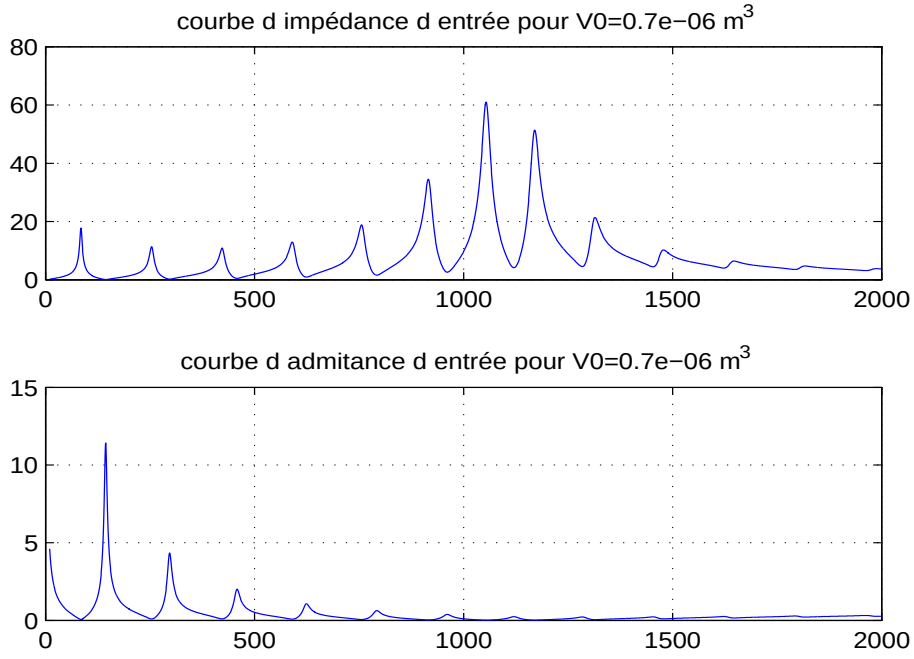


FIG. 3.7 – Module de l'impédance d'entrée et de l'admittance (adimensionnées par Z_{c2}) obtenues par décomposition modale pour un volume $V_0'' = 0,7 \cdot 10^{-06} m^3 < V_0' < V_0$

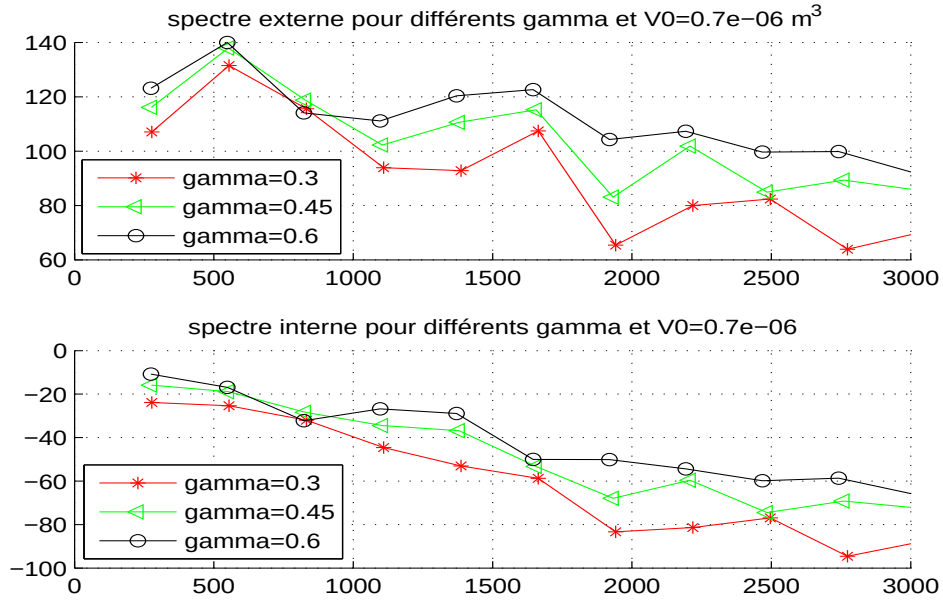


FIG. 3.8 – Comparaison du spectre externe pour 2 volumes d'embouchure différents ($V_0'' = 0,7 \cdot 10^{-06} m^3 < V_0' < V_0$). L'amplitude des spectres est mesurée en dB ($20 \log(\frac{P}{P_0})$, où $P_0 = 1$), elle est choisie arbitrairement.

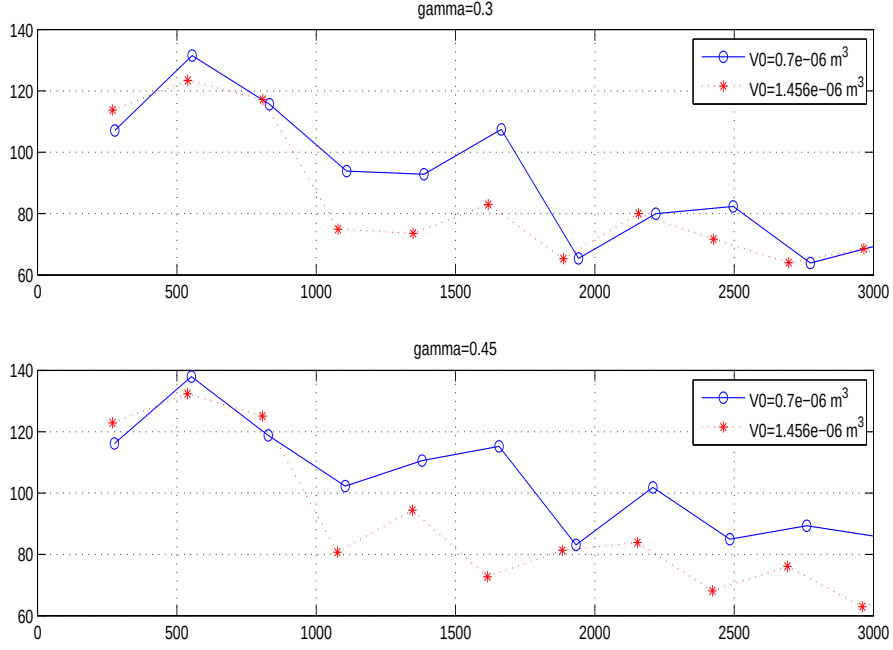


FIG. 3.9 – Spectre externe et interne pour différentes valeurs de gamma (pression dans la bouche) pour un volume $V_0'' = 0.7e-06 \text{ m}^3 < V_0' < V_0$. L'amplitude des spectres est mesurée en dB ($20\log(\frac{P}{P_0})$, où $P_0 = 1$), elle est choisie arbitrairement.

3.2.3 Pics d'impédance harmoniques

Les courbes d'impédance d'une trompette ne présentent jamais des pics vraiment harmoniques. Regardons ce que cela engendre sur le spectre lorsque c'est le cas (on a choisi les fréquences propres harmoniques dans le programme Matlab de décomposition modale).

On observe sur les figures 3.11 et 3.12 une amplification des harmoniques pairs. Ce résultat est intéressant mais son interprétation ne pourra être complète que si on entend ce que cela change sur le son. On peut penser que cela dénature un peu le son caractéristique de la trompette notamment dû à cette inharmonicité, mais cela reste à prouver.

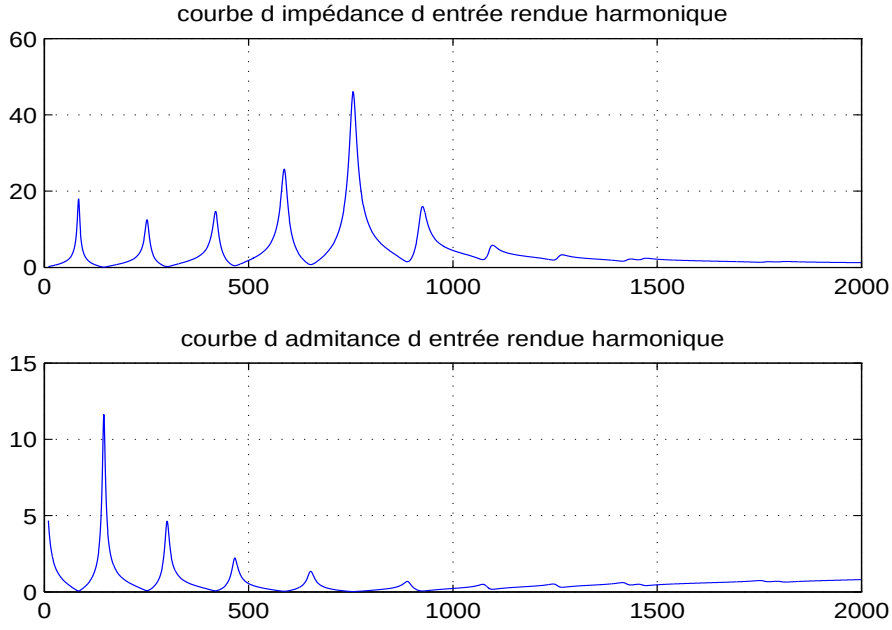


FIG. 3.10 – Module de l'impédance d'entrée et de l'admittance (adimensionnées par Z_{c2}) obtenues par décomposition modale lorsque les pics de résonances sont rendus harmoniques

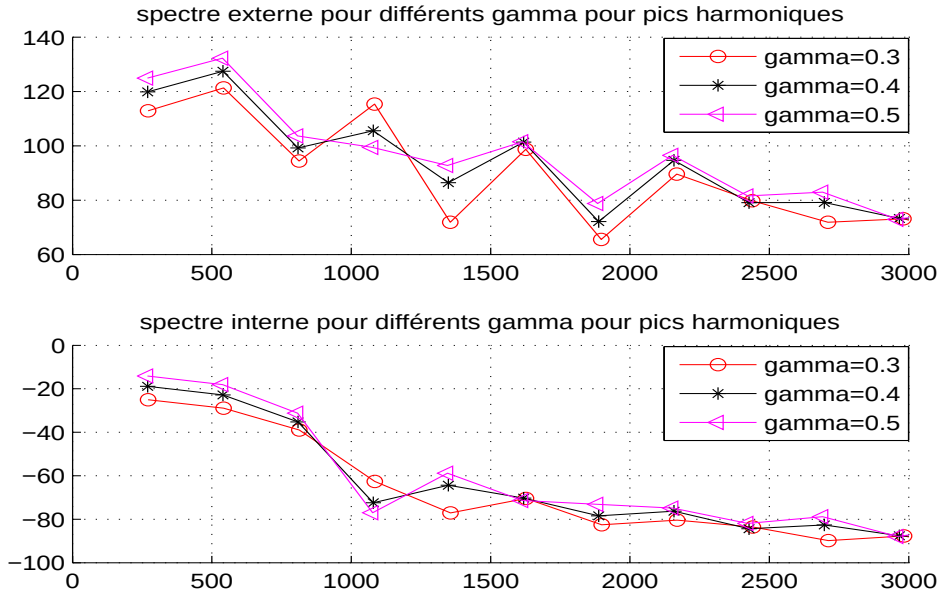


FIG. 3.11 – Spectre externe et interne pour différentes valeurs de gamma (pression dans la bouche) lorsque les pics de résonances sont rendus harmoniques. L'amplitude des spectres est mesurée en dB ($20\log(\frac{P}{P_0})$), où $P_0 = 1$), elle est choisie arbitrairement.

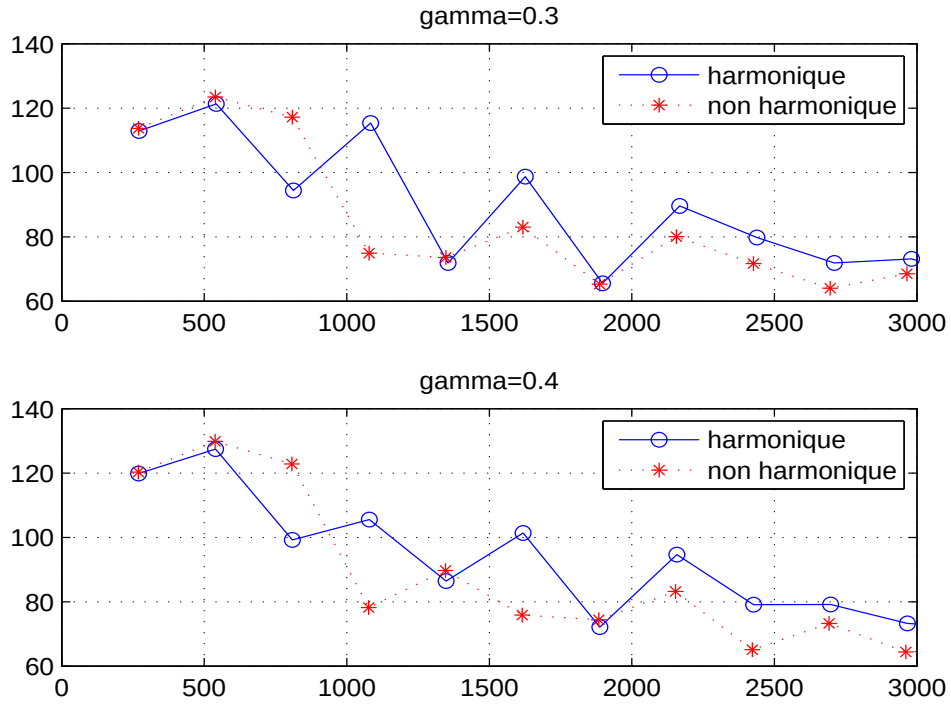


FIG. 3.12 – Comparaison du spectre externe lorsque les pics d'impédance sont harmoniques ou non pour différents γ . L'amplitude des spectres est mesurée en dB ($20\log(\frac{P}{P_0})$, où $P_0 = 1$), elle est choisie arbitrairement.

3.2.4 Amplitude du mode 4 doublée

La méthode de décomposition modale nous permet aussi de faire varier indépendamment l'amplitude des pics. Dans le cas présenté nous avons doublée l'amplitude du mode 4 (voir figure 3.13).

Nous observons sur les figures 3.14 et 3.15 l'apparition de deux formants, l'un vers $1000Hz$ (correspondant au mode 8) et un autre vers $2000Hz$ (correspondant au mode 14). Cette modification augmente donc considérablement l'amplitude des hautes fréquences. Mais remarquons à l'aide de la figure 3.15 que l'amplitude de l'harmonique correspondant au mode 4 a diminué, ce résultat est assez surprenant mais cette tendance sera intéressante à confirmer dans le futur.

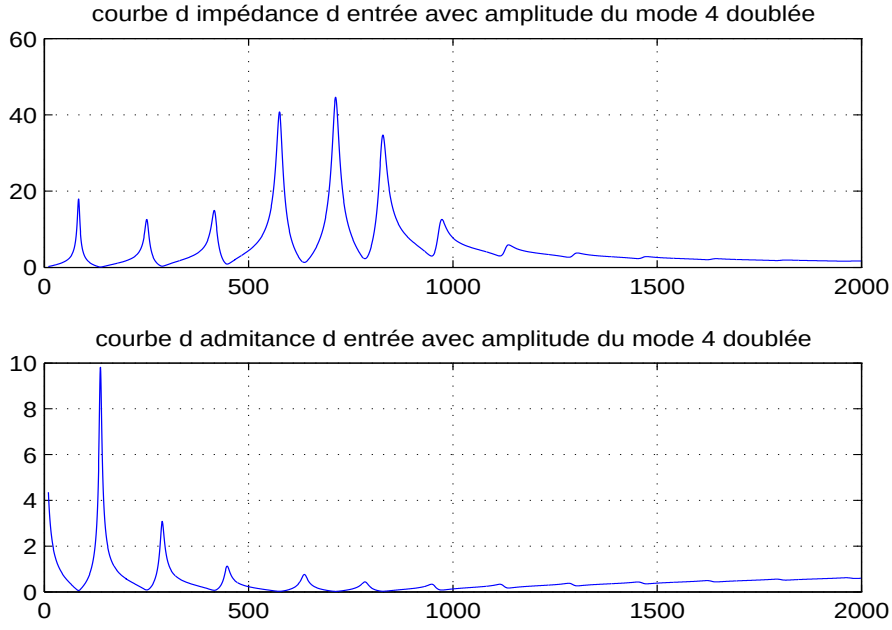


FIG. 3.13 – Module de l'impédance d'entrée et de l'admittance (adimensionnées par Z_{c2}) obtenues par décomposition modale lorsque l'amplitude du mode 4 est multipliée par 2

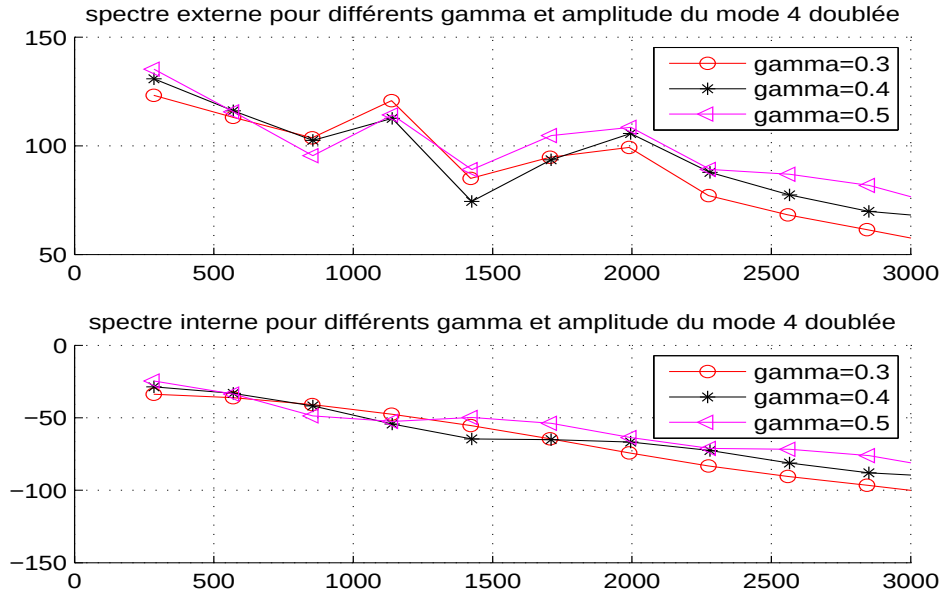


FIG. 3.14 – Spectre externe et interne pour différentes valeurs de γ (pression dans la bouche) lorsque l'amplitude du mode 4 est multipliée par 2. L'amplitude des spectres est mesurée en dB ($20\log(\frac{P}{P_0})$), où $P_0 = 1$), elle est choisie arbitrairement.

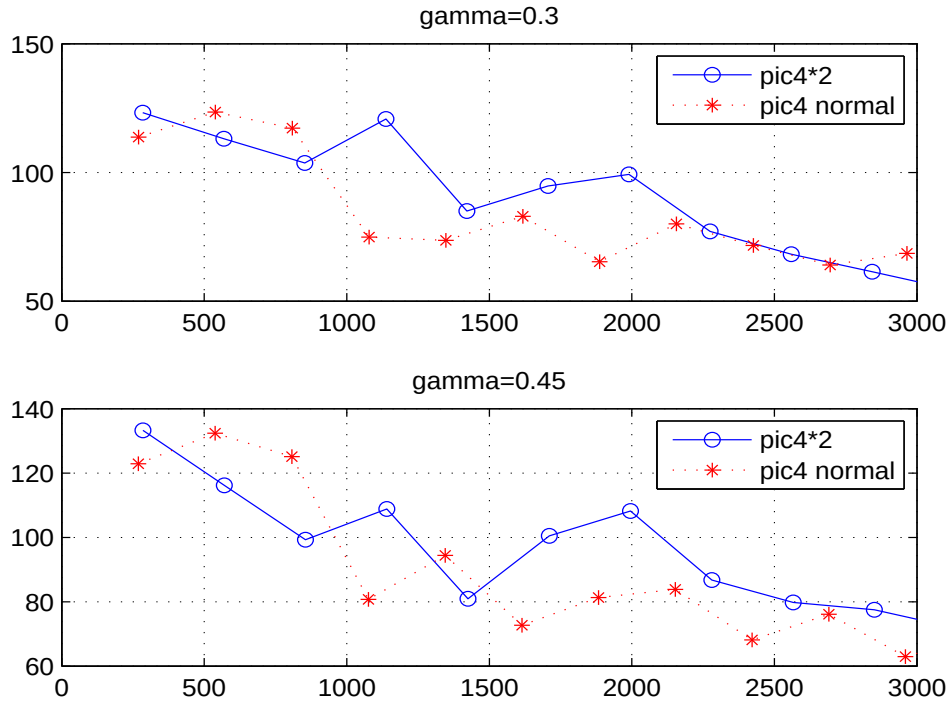


FIG. 3.15 – Comparaison du spectre externe pour différents γ lorsque l'amplitude du mode 4 est multipliée par 2 ou pas. L'amplitude des spectres est mesurée en dB ($20\log(\frac{P}{P_0})$, où $P_0 = 1$), elle est choisie arbitrairement.

Ces premiers résultats ne sont que des prémices de l'étude de l'effet de la géométrie de l'embouchure sur le spectre. Mais force est de constater que des modifications de l'embouchure influencent considérablement le spectre externe, le spectre interne est quant à lui beaucoup moins sensible à ces modifications (ce qui est vérifié par les résultats expérimentaux de la figure 3.3 tirés de [16]).

Conclusion

Au cours de mon stage, nous avons pu développer et programmer une méthode de décomposition modale adaptée à la géométrie de l'embouchure de trompette. Celle-ci nous a permis de mettre en évidence l'influence de la géométrie de l'embouchure sur l'impédance d'entrée. A partir de ces impédances et à l'aide du programme HARMBAL, nous avons pu obtenir les spectres externes et internes pour différentes géométries de l'embouchure. Ainsi les résultats donnés par Benade (voir [10]) ont pu être confirmés. Notamment en ce qui concerne l'influence du formant de la courbe d'impédance (variant suivant le volume de l'embouchure) sur le son produit (spectre externe). La méthode modale utilisée nous a permis de faire varier indépendamment la fréquence et l'amplitude des pics d'impédance afin d'observer les modifications engendrées sur le spectre.

A la vue de ces premiers résultats nous constatons que l'harmonicité ainsi que l'amplitude des pics d'impédance modifient fortement le spectre externe, le spectre interne est quant à lui moins influencé. L'absence de bouche artificielle ne nous a pas permis de confronter nos résultats à l'expérience, cela sera l'objet de prochaines recherches. Mais l'étape de programmation de la décomposition modale ainsi que son implémentation dans HARMBAL ayant maintenant été faite, nous pensons que beaucoup d'autres résultats vont pouvoir être rapidement mis à jour.

Bibliographie

- [1] Caussé R., Kergomard J. et Lurton X., "Input impedance of brass musical instruments - Comparison between experiment and numerical models", J. Acoust. Soc. Am. **75**(1), 241-253 (1984).
- [2] Chaigne A. et Kergomard J., *Physique des instruments de musique* (en préparation).
- [3] Farner S., Vergez C., Kergomard J., et al., "Contribution to harmonic balance calculations of self-sustained periodic oscillations with focus on single-reed instruments", J. Acoust. Soc. Am. **119**(3), 1794-1804 (2006).
- [4] Gilbert J., Kergomard J. et Ngoya E., "Calculation of the steady-state oscillations of clarinet using the harmonic balance technique", J. Acoust. Soc. Am. **86**(1), 35-41 (1989).
- [5] Kergomard J., "Calcul du champ de pression dans les instruments à vent par décomposition modale", 4ème Congrès Français d'Acoustique, Marseille, 577-580 (1997).
- [6] Bellizzi S., Ege K., Vergez C., "Réduction d'un modèle physique d'un cuivre pour la synthèse sonore : approche par modes propres orthogonaux (Proper Orthogonal Decomposition)", 8ème Congrès Français d'Acoustique, Tours, (2006) (CDrom à paraître).
- [7] Kergomard J., Laurac A., Lizée A., Mallaroni B., Vergez C., "Effets de discontinuités de section sur l'impédance d'entrée d'un instrument à vent de forme simple", 8ème Congrès Français d'Acoustique, Tours, (2006) (CDrom à paraître).
- [8] Cullen J.S., Gilbert J. et Campbell D.M., "Brass Instruments : Linear Stability Analysis and Experiments with an Artificial Mouth", Acustica **86**, 704-724 (2000).
- [9] Lurton X., "Etude analytique de l'impédance d'entrée des instruments à embouchure", Acustica **49**, 142-151 (1981).
- [10] Benade A.H., *Fundamental of musical acoustics* (1st edition), Oxford U.P. (1976).
- [11] Site sur les cuivres de Joël Gilbert :
<http://www.sfa.asso.fr/fr/gsam/manifestations/jp/cuivres/textes/cuivres.htm>
- [12] Site de l'IWK (Institut für Wiener Klangstil) sur la variation de la géométrie de l'embouchure :
<http://iwk.mdw.ac.at/Forschung/english/mouthpiece/mouthpiece.htm>
- [13] Site sur la trompette de Joël Eymard avec de nombreux liens :
<http://la.trompette.free.fr>
- [14] Site sur les instruments à vents de l'université de New South Wales à Sydney (Australia) :
<http://www.phys.unsw.edu.au/jw/brassacoustics.html>
- [15] Laurac A., "Etude théorique et numérique du spectre d'un instrument à anche avec discontinuité de section", rapport de stage de première année du Master Mécanique, Physique et modélisation, au sein de l'équipe S2M (LMA-CNRS), sous la tutelle de J. Kergomard (2005).
- [16] Vergez C., "Trompette et trompettiste : un système non-linéaire à analyser, modéliser et simuler dans un contexte musical", Thèse de doctorat de l'Université Paris 6, 2000.

- [17] Barthet M., "Optimisation des paramètres d'un modèle de résonateur simplifié de trompette", rapport de stage de DEA d'Acoustique, au sein de l'équipe S2M (LMA-CNRS), sous la tutelle de P. Guillemain et J. Kergomard (2004).
- [18] Jean Kergomard, cours d'acoustique physique du Master 2 d'Acoustique de Marseille (2006)
- [19] Guillaume P., *Musique et acoustique : de l'instrument à l'ordinateur*, Hermes Science Publications (2005).